









هندستان اسمیہ

اثر



مکتبہ فوز چربیہ شاہانہ ہندوستانیہ  
خواجہ شرف المصفا رحمن فواد





هندسه رسمیه



F. I. C.

جمعیت علمی طرفندن تألیف اولمشدر

مترجمی



هندسه رسمیه و تطبیقاتی معینی  
پیاده بیکباشیلرندن  
فن اسلحه و انداخت معینی  
ارکان حربیه قائم مقاملرندن  
حسن فوآد  
محمود شوکت

حربیه برنجی سنه سی شاگردانه تدریس اولنمق اوزره  
مجلس معارف عسکریه طرفندن بالتصدیق  
مکتب فنون حربیه شاهانه مطبعه سنده  
طبع اولمشدر

سنه ۱۳۰۵ و سنه ۱۳۰۶

## هندسه رسمیه

---

### برنجی قسم

نقاط و خطوط مستقیمه ایله سطوح مستویه دن باخنددر

---

### برنجی فصل

---

مطالعات ابتدائیه

مبحث اولی - مدخل

× ۱. هندسه رسمیه نك تعریفی . هندسه رسمیه تطبیقات  
ریاضیه نك بر قسمی اولوب غایت و مقصدی بعد مجردده  
واقع اشکال ترسیم طریقله مستوی واحد اوزرنده صحنه  
ارائه و ابعاد ثلاثیه حائز اجسامه دائر مسائل دخی هندسه  
عادیه اعاده سیله بالفعل حل و تسویه ایتکدر .

هندسه عادیه اشکاله دائر مسائل حله مخصوص قاعده لری

حرف نظری و سطحی اوله رق بیان ایدر

هندسه رسمیه ایسه مسائل مذکوره نك ترسیم طریقله

بالفعل حلندن بحث ایدر . مثلاً (شکل ۱) ده کورلدیکی اوزره

هندسه عادیه بر اهرامك نه قاعده سنك ونه

مقدار حقیقی لای کوسره بیلوب حالوکه هندسه رسمیه اهرام مذکورک قاعده سنک و کرک زاویه وجهیه لرینک ابعاد و مقادیر حقیقیه لای تعینه مساعدد ر .

کذلک اهرام مزبورک داخلنه بر کره رسم ایتمک اقتضایتمه اهرامک مستویین زاویه لای تنصیف ایدن مستویارک فضل مشترکی اولان نقطه مطلوبه کره نک مرکزی و اشبو مرکزدن و جهلرک برینه تنزیل اولان عمود دخی نصف قطر کره اولد یعنی هندسه عادیه نظری تعریف و اثبات ایدرسده هندسه رسمیه کره نک مرکز و نصف قطری تعین ایتمک ایچون هندسه عادیه نک کوسر دیک عملیاتی بالفعل اجرا ایدرک وضعیت حقیقیه سیاه ارانه ایتمک اصولندن بحث ایله اهرام مذکورک ابعاد و مقادیر حقیقیه سنی ارانه ایدر .

۲ . بر نقطه نک مرسمی نقطه دن بر مستوی اوزرینه تنزیل اولان عمودک موقع عمودینه نقطه مذکوره نک مستوی مزبور اوزرنده کی مرسمی اطلاق اولوب بوصورته (شکل ۲) ک نقطه سنک م مستویسی اوزرنده کی مرسمی ب نقطه سندن عبارتدر .

۳ . خط راسم . بر نقطه معلومه دن بر مستوی متروض اوزرینه تنزیل اولان عموده نقطه مزبوره نک خط راسمی رسمیه اولوب مثلاً شکل سابقده ک ب خطه ک نقطه سنک خط راسمی دیلتور .

۴ . ارتسام . مستویسی . بر شکلی تدقیق و مطالعه ضمننده اوزرنده شکل مزبور مرسم نک رسم اولنش اولد یعنی مستوی به ارتسام مستویسی اطلاق اولور .



۳ • بر نقطه نك تعيينى • بر نقطه نك بعد مجرد ده  
موضعى تعيين ايتك ايجون ايكي ارتسام مستويسنه مر اجعتله  
مر تسمين اصولى ويا سطح راقم اصولى استعمال اولنور •  
زيرا بر نقطه يالكز بر مر تسميله معين اوله ميوب مثلاً (شكل ۳)  
ب نقطه سى مر تسم معلومدن عبارت بولنسه نقطه مزبوره  
مر عمود غير محدودى اوزرنده كائن هر قديمى بر نقطه نك  
مر تسمندن عبارت اوله ييلور •

۴ • مر تسمين اصولى • مر تسمين اصولنده بر  
نقطه نك (شكل ۴) قى ولى مثللو بر برينه عمود ايكي مستوى  
اوزرنده كى ب ب مر تسملى معلوم اوله رق اعطا اولنور •  
و نقطه مذكوره ب ب و ب عمودلرينك تقاطع نقطه سنده  
بولنغله معين اولور •

هندسه رسميه كتابنك برنجى وايكنجى قسملرى منحصراً  
مر تسمين اصولندن باحثدرلر •

۵ • سطح راقم اصولى • سطح راقم اصولنده (شكل ۵)  
نقطه نك ب مر تسميله راقى معلوم اوله رق اعطا اولنور •  
راقم • ب خط راسمى طولنك دلالت اينديكى  
قيمت عدديه ب نقطه نك راقى تعبير اولنور • اشبو اصوله  
عائد اولان قواعد (۴۲۶ الى ۹۴۵) ماده لر ينى حاوى اولان  
اوچنجى قسমে ذكر واتبان ايدلمشدر •

۶ • ارتسام مستويلى • مر تسمين اصولنده  
بر برينه عمود اولاق اوزره ايكي مستوى استعمال اولنوب  
مذكور مستويلردن برينه مستوى افقى وديكرينه دنى مستوى  
شاقولى تسميه اولنور •

۷ مذکور ارتسام مستویلی هر ایکی جهنده غیر محدوددرلر .

خط زمین . ایکی ارتسام مستویسنگ فصل مشترکله  
خط زمین تسیمه اولوب (شکل ۶) طه و یا خود س ع  
حرفلیله اراهه اولنور .

صاغ طرفده وشکلک فوقنده مفروض اولان راصده  
نسبتله فی مق مستویسی مستوی افتینک قسم متمدی و فی مو  
قسم مؤخری اولوب لی یا مستویسی مستوی شاقولینک  
قسم علیاسندن ولی لا دخی قسم سفلا سندن عبارت اولور .  
تنبیه . مستوی افقی و مستوی شاقولی الیظنک  
اکثریتله تکرار ایدلرندن اجتناباً مذکور مستویله  
دالات ایتمک اوزره یالکزی فی مستویسی یازمغله اکتفا  
اولنور .

مستوین زاویه لری . ایکی ارتسام مستویسی واسطه سیله  
دوت مستوین زاویه سی تشکل ایدرکه زاویه مذکوره لر  
مقدم فوقانی ، مؤخر فوقانی ، مقدم تحتانی ، مؤخر تحتانی ،  
اسملری ایله بنام اولوب آنجق ۱، ۲، ۳، ۴ رقلر یله اراهه اولندرق  
برنجی وایکنجی و اوچنجی و دردنجی کله لریله یاد و توسیم  
اولملری ساده لکی جهته ده مناسبدر .

تنبیه . صولنده و صاغنده ط حرفی بولنمق  
اوزره راصدک دائماً برنجی مستوین زاویه سنده موضوع  
ایدوکی فرض اولانه جفی کبی تدقیق مطلوب اولان شکل دخی  
عمومیت اوزره مذکور برنجی مستوین زاویه سنده موضوع  
اولوب بوجهته شکل مزبورک مرسملری فی مستویسنگ  
قسم مقدمه لیه لی مستویسنگ قسم علیاسی اوزرنده بولنورلرسده .

بر مسئله بی حل ایتمک ایچون اجرا سی لازمکلان عملیات  
ترسیمه و بعضی کرمده معلومات ابتدائیه دیگر مستویین  
زاویه لرینک دخی اکبریت اوزره تصور و ملاحظه سنه  
مجبوریت حاصل ایدرلر X

۸ . مستوی شاقولینک دور و تطبیق . ابعاد  
ثلثه بی حائز اولان ابعاد امر تدقیق و مطالعه سنی هندسه  
سطحه مسائلنه ارجاع ایله اولوجهله تدقیق ایتمک ایچون  
مستوی شاقولینک لی یا قسم علیاسی مستوی افقینک  
قی مو قسم مؤخری اوزرینه مطبق اوله جبق وجهله  
مستوی شاقولی مذکور (شکل ۷) طه اطرافنده تدویر  
اولنوب بوحالده مستوی شاقولینک لی لا قسم سفلاسی  
دخی مستوی افقینک قی مق قسم مقدمی اوزرینه منطبق  
اولور .

شکل صورت ترتیبی . مسائلک تفهیم و تحریسی اناسنده  
دور و تطبیق کیفیتک اجرا قلمس اولدیعی فرض اولنوب  
وجهله اوستنده شکل یا مق مراد اولنان سطح مستوی  
اوزرنده خط زمینک ترسیم اولنسیله اکتفا اولنور (شکل ۸) .  
۹ . لوحه ارتسام . مستوی شاقولی مستوی

افقی اوزرینه دور و تطبیق ایدلمس اولدیعی حالده بعد  
مجرده کائن بر نقطه نک مرتسلی واسطه سیله ارا نه ایدلسنه  
انور یا خود لوحه ارتسام اطلاق اولور .

لوحه ارتسامک اصول مطالعه سی . بر لوحه ارتسامی  
مطالعه ایتمک ایچون ایکی ارتسام مستوی بی ذهنه یکدیگرینه  
عمود قندقدنصکرمه بعد مجرده کائن اولوب رسم ایله ارا نه  
ایدیلان شکلک ندن عبارت اولدیعی تصور و ملاحظه اولنور .  
تبیه . لوحه ارتسام راصدک تحت نظرند، شاقولا

دخی موضوع اوله بیلوب بو ایسه در سخانه رده کی تخته ل  
اوزرنده مرسوم اولان لوحه ارتساملر حقنده جاری  
اولورکه اولخالده مستوی افقینک قسم مقدمی مستوی  
شاقولینک قسم سفلاسنه منطبق اوله جق وجهله مستوی  
افق مذکور طه خط زمینی اطرافنده دور ایلدیکی  
فرض و اعتبار اولنور .

✧ ۱۰ . پروفیل مستویسی . بعد مجردده کائن  
اشکالی تدقیق و مطالعه ایتک ایچون عمومیت اوزره ایکی  
ارتسام مستویسی کافی ایسهده بعض حالاتده مذکور ایکی  
مستوییه عموداً دیگر بر اوچنجی و مستویسنه احتیاج مس  
ایدرکه مذکور مستوییه پروفیل مستویسی تسبیح اولنور .  
( شکل ۹ ) پروفیل مستویسی می اطرافنده تدویر اولنغله  
مستوی افقییه تطبیق اولنجهجی منالولی اطرافنده تدویر  
ایدلمکله دخی مستوی شاقولییه تطبیق اولنجهیلور . ✧

۱۱ . شکل ترسیمه مخصوص قواعد . ارتسام  
مستوییری غیر شفاف فرض و اعتبار اولندقلری جهته یالکز  
برنجی مستوین زاویه سنده بولان شکال مرئی اولمسی  
لازمکلور .

معلومات ابتدائیه ایله نتایج محصله مرئی اولدقلری  
صورته معلومات ابتدائیه و نتایج محصله مزبور نک  
مرتسلرله خط زمین مملو برسیاه چیزکی ایله و مذکور  
مرتسلر غیر مرئی اولدقلری تقدیرده دخی مدور نقطه لایله  
ارائه اولدقلری منالو نتیجه مطلوبه بی ارائه ایدن چیزکی  
معلومات ابتدائیه بی ارائه ایدن چیز کیدن دهاقالین

اوله رق رسم ایدیلور . خطوط متوسطه قرمز ی بویا ایله  
رسم اولنوب خط راسملر دخی مائی بر چیزکی ایله ارائه  
اولنور لایسه ده غراوه ایداش شکلرده بویا لر برینه اوفق  
چیز کیلردن مشکل خطر استعمال ایدیلور .

### بحث ثانی — نقطه

۱۲ . بر نقطه نك صورت ارائه . بر نك نقطه  
معلومه سنك موضعنی معین قیلو، ایچون نقطه مزبوره نك  
بر برینه عمود اولان ( ماده ۶ ) یعنی مستوی افقی و مستوی  
شاقولی اوزرنده کی مرسملری ترسیم اولنور . نقاطك مرسم  
افقیلری ب مثلو اسدسز حرفلری ایله و مرسم شاقولیلری ب  
کبی یالکز براسلی حروفات ایله ارائه اولنه جقلری کبی  
بعد مجردده بولنن نقاطك دخی ایکی اصلی حرف ایله ارائه  
ایدملری اصول اتخاذ قلمشدر .

### دعوی

۱۳ . مستوی شاقولینك دور و تطبیقندن صکره  
بر نقطه معلومه نك مرسملری خط زمینه عمود اولان بر خط  
مستقیم اوزرنده بولنور لر .  
زیرا ( شکل ۱۰ ) ب خط راسمی مستوی افقی یه و ب  
خط راسمی دخی مستوی شاقولی یه عمود اولد قلردن مذکور  
خط راسملردن مرور ایدن ب م ب مستویسی ( ه . ۰ ماده  
— ۴۰۰ ) ارتسام مستویلردن هر برینه عمود اوله جفی مثلو  
مذکور مستویلرک فصل مشترکنه دخی ( ه . ۰ ماده — ۴۰۵ )  
عمود اولور .

بنابرین ط ه خطی م ب مستویسنده موقع عمودندن

مرور این م ب و م ک خط مستقیم عمود اولوب مستوی  
شا قوی خط زمین اطرافنده دور ایله مستوی افق اوزرینه  
تطبیق اولندی می انشاده م ب خط مستقی ط ه خط زمین  
عمود بتی محافظه ایدریکدن م ب خط مستقیم اخراجی  
اوزرنده م ب اوزرینه منطق اولور .

۱۴ . ترتیب بر نقطه نک ارتسام مستوی اقیسندن اولان  
بعدینه نقطه مزبوره نک ترتیبی تسمیه اولنور .

ب نقطه سنک ترتیبی ب خط راستنک طولدن عبارت  
اولوب بخط مذکور ک طولی مرتسم شاقولینک خط زمین  
اولان بعدینه مساویدر چونکه م ب ک شکلی بر مستطیل  
اولوب ب ب = م در .

مسافه . بر نقطه نک ارتسام مستوی شاقولینه  
اولان بعدینه نقطه مزبوره نک مسافه سی تسمیه اولنور .  
ب نقطه سنک مسافه سی ب خط راستنک طولدن عبارت  
اولوب حالبوکه ب = م اولدیغندن خط مزبور  
نقطه مزبوره نک مرتسم اقیسنگ خط زمین اولان  
بعدینه مساوی اولور .

تکس دعوی

۱۵ . مستوی شاقولینک دور و تطبیقند نصکره

خط زمین عمود اولان برخط مستقیم اوزرنده واقع ایکی  
نقطه بعد مجردده کائن عینی نقطه نک مرتسملندن عبارت  
اولور .

فرصا (شکل ۱۱) ط ه خط زمین عمود اولان برخط اوزرنده  
واقع مرتسملر و ب نقطه اولدن عبارت اولسونلر .  
مستوی شاقولی فالد ریلوب وضعیت اولیه

کنورلدکده م ب خط مستقی خط زمینه همودیتی محافظه  
ایدرک م ب وضعیتی اخذ ایدر م ب م ب م ب عمودلندن  
مرور ایدن مستوی راسم دخی طویه عمود اولوب بوجهته  
ارتسام مستویلندن هرینه همود اوله جفسندن مستوی  
هندکور (ماده ۱۰۳ - ۴۰۳) ب و ب و ب و خط را سملری حاوی  
اولور ایدی ب و ب و خط مستقیلری عینی مستوی داخلنده  
واقع اولد قلرندن لوحه ارتسامده مرسملری ب و ب دن  
عبارت بولنان برت نقطه سنده بر برینی قطع ایدوب بناء  
علیه ب و ب نقطه لری بعد محرده کائن ب نقطه سنک  
مرسملندن عبارت اولور .

تیجه . (۱۳ و ۱۴) ماده لرنده بیان اولنان دعواردن  
مستبان اولور که خط زمینه همود اولان عینی خط اوزرنده  
واقع اولسان ایکی نقطه بعد محرده عینی بر نقطه نک  
مرسملندن عبارت اوله مزلر .

۱۶ . نقطه نک وضعیلری . بر نقطه ارتسام مستویلرنده  
نسبه طقوز وضعیته یعنی یادرت مستوین زاویه سنک برنده  
ویا خود ارتسام مستویلندن برنده ویا خود خط زمین اوزرنده  
بولنه بیاور .

اولاً نقطه حمالو (شکل ۱۲) برنجی مستوین زاویه سنده واقع  
اولور ایسه مرسملندن بری خط زمینک بر جهشنده و دیگری  
او بر جهشنده بولور .

ثانیاً اگر ب نقطه معلومه سی (شکل ۱۳) ایکنجی  
مستوین زاویه سنده بولور ایسه نقطه مزبور نک ب  
مرسم اقیسی مستوی اقیسک قسم مؤخری اوزرنده  
واقع اولوب مستوی شاقولینک دور و تعقیقندن صکره

دخی ب، ب مرئسملری خط زمینک عینی جهتسده بولنور  
لوايله اشارت ایداش اولان لوحه ارتسامده ب نقطه سی  
(ب، ب) ایله آرا نه ایدلشدور .

ثالثاً که نقطه سی (شکل ۱۴) اوچنجی مستویین  
زاویه سنده ایسه نقطه مزبورہ نک مرئسم افقیسی فی  
مستویینک قسم مؤخری اوزرنده و مرئسم شاقولسی  
لی مستویینک قسم سفلا سی اوزرنده بولنور .  
مستوی شاقولینک دور و تطبیقند نصکره که نقطه سی  
وضعیتی اخذ ایدور . لوحه ارتسامده که نقطه سی (د، د)  
ایله کوسرئسدر .

رابعاً که نقطه سی (شکل ۱۵) دردنجی مستویین  
زاویه سنده متعلق ایسه د مرئسمی فی مستویینک قسم مقدماتی  
اوزرنده بولوب فقط د مرئسمی لی مستویینک قسم  
سفلا سی اوزرنده واقع اولور . لوحه ارتسامده د و  
مرئسملری طه خط زمینک آلت طرفنده بولنور .  
تنبیه . بر نقطه نک مرئسملرندن بری خط زمینک اوست و دیگر  
آلت طرفنده واقع اولور ایسه نقطه مذکورہ یابرنجی و یا خود  
اوچنجی مستویین زاویه سنده بولنور .

بر نقطه نک مرئسملرینک ایکسی دخی خط زمینک بر طرفنده  
بولنور ایسه نقطه مزبورہ یا ایکنجی و یا خود دردنجی مستویین  
زاویه سنده واقع اولور .

۱۷ . ارتسام مستویلرندن بری اوزرنده واقع بر نقطه .  
خامساً و سادساً بر نقطه ارتسام مستویلرندن بری اوزرنده  
بولنده بولور .

بر نقطه مستوی افقی اوزرنده بولنور ایسه



مرسم افقیسی کنند و سندن عبارت اولوب مرسم شاقولیی  
ایسه طه خط زمینی اوزرنده بولور.

بو حمله (شکل ۱۶) مستوی افقیك قسم مقدمی  
اوررنده واقع اولان ه یا خود (ه ، ه) نقطه سیله  
مستوی مذکورك قسم مؤخری اوزرنده بولان  
ص و یا خود (ص ، ص) نقطه سنك مستوی افقی  
اوزرنده بولند قری لوحه ارتسام مطالعه سندن دخی منضم  
اولور. چونکه مذکور نقطه لك مرسم شاقولیری خط زمین  
اوررنده درلر.

سابعاً و ثامناً اگر نقطه مستوی شاقولی اوزرنده  
بولور ایسه نقطه مزبورك مرسم شاقولیی  
کندوسی اولوب مرسم افقیسی ایسه خط زمین اوررنده  
بولور. (شکل ۱۷) و نقطه سی مستوی شاقولینك  
قسم علیاسی اوررنده بولوب ف نقطه سی دخی مستوی  
مزبورك قسم سفلاسه متعلقدر.

تاسعاً بر نقطه طه خط زمینی اوزرنده بولور ایسه  
ارتسام مستوی لردن هر ری اوزرنده بولمش اوله جفدن  
كرك مرسم افقیسی و كركسه مرسم شاقولیی کندوسی اولور.  
۱۸. اجال. بالاده کی افاده لره توفیقاً  
(شکل ۱۸) ایله کوستریلان لوحه ارتسام تفیش و مطالعه  
اولور ایسه ه و ب ، الح نقطه رینك وضعیتری  
بالسهوله اكلایشلور.

اولاً ه نقطه سی رنجی مستویین زاویه سنده در.  
چونکه ه مرسمی مستوی افقیك قسم مقدمی اوزرنده  
بولوب ایسه مستوی شاقولینك قسم علیاسی اوزرنده واقعدر.

ثانیاً ت نقطه سی ایکنجی مستویین زاویه سنده در .  
چونکه ب مرتسمی قی مو مستویسی اوزرنده و ن دخی لی یا  
اوزرنده بولنور ( ماده ۶ ) .

ثالثاً ت نقطه سی اوچنجی مستویین زاویه سنده در .  
رابعاً ت نقطه سی دردنجی مستویین زاویه سنده در .  
خامساً ت نقطه سی مستوی افینک قسم مقدمی اوزرنده در .  
چونکه ه مرتسمی ط ه اوزرنده و ه دخی قی مو  
اوزرنده بولور .

سادساً ت نقطه سی مستوی افینک قسم مؤخری  
اوزرنده در .

سابعاً و نقطه سی مستوی شاقولینک قسم علیا سی  
اوزرنده واقع در .

ثامناً ت نقطه سی مستوی شاقولینک قسم سفلا سی  
اوزرنده در .

تاسعاً ت نقطه سی خط زمین اوررنده واقع در .

۱۹ . مستوی مصف . بر مستویین زاویه سنی ایکی

مساوی قسمه تفریق و تقسیم این مستوییه زاویه

مذکور نك مستوی مصفی قسمه اولور که مستوی

مذکور مستویین زاویه سک ضلع مجسمندن مرورایدر .

ایکی ارتسام مستویینک تشکیل ابتد کیری درت مستویین

زاویه لری ایکی مستوی مصف واسطه سیله ایکیشر مساوی

قسمه تقسیم اولور که مذکور مستوی منصفردن بری

برنجی و اوچنجی مستویین زاویه لری و دیگری دخی ایکنجی

و دردنجی مستویین زاویه لری ایکیشر مساوی قسمه تقسیم

ایدرر .

۲۰. بر مستوی منصف اوزرنده واقع بر نقطه  
تسام مستویری واسطه سیله تشکیل ایدن درت مستوین  
اویه لرندن برینک مستوی منصف اوزرنده واقع اولان هر  
بی بر نقطه کرک مستوی افقی و کرکسه مستوی شاقولیدن  
ماوی بعدده بولنوب بناء علیه (شکل ۱۹)  $m = m'$   
 $m = m'$  ، الخ اولور و نقطه مزبور ایکنجی  
دنجی مستوین زاویه لرینک مستوی منصف اوزرنده  
لنور ایسه مر تسمیری ب' ، ب' ، ب' ، مثلاً بر بری  
زرنده مطلق اولور .

۲۱. نقطه معاومه و نقطه مطلوبه . نقطه معلومه  
مر تسمیری معلوم اولان نقطه دیک اولدینجی کبی نقطه مطلوبه  
نی مر تسمیرینک تهریسی مطلوب اولان نقطه دیکدر .  
مر تسمیری ۲ و اولان بر نقطه بی ارائه و افاده ایتمک  
چون ۲ نقطه سی یا حود (۲ ، ۲) نقطه سی یازیلور .

### مبحث ثانی — خط مستقیم

۲۲. خطک مر تسمی . بر خطک بر مستوی  
وزرنده مر تسمی خط مد کوری ترکیب ایدن نقاطک مستوی  
مزبور اوزرنده کی مر تسمیرینک محل هندسی بدن عبارت  
یلوب بوجهته (شکل ۲۰) ۲ ب' به محل هندسی ۲ ب' که خطنک  
مر تسمی اولور .

۲۳. ب' ، ب' ، ب' ، الخ خط راسمیری عینی مستوی به عمود  
ولدقلندن (ماده ۱۰، ۳۹۳) موازی اوله رق بر سطح راسم  
شکیل ایدرکه مستوی راسم سطح راسم مزبور  
رحال خصوصیتیدر .

## دعوی

۲۳. خط مستقیم بر مستوی اوزرنده

بینه بر خط مستقیم اولور .

ازیرا ( شکل ۲۱ )  $\hat{r}$  خط مستقیمه هر قنغی  $\hat{r}$  خط راستدن مرور ایدن مستوی (  $\hat{h}$  ، ماده - ۴۰۰ ) م مستویسنه عمود اولدینی کبی دیگر خط راستلرک کافه سی بر لرینه موازی بولملری حسیله (  $\hat{h}$  ، ماده - ۴۰۲ ) مذکور مستوی خط راستلرک کافه سنیده حاوی اوله جفندن  $\hat{r}$  خط مستیمی  $\hat{r}$  خط مستیمک مرتسی اولمقله بر خط مستیم مرتیمک بینه بر خط مستیمدن عبارت اوله جفی تحقق ایش اولور .

۲۴. نتیجه ۰۱ .  $\hat{r}$  مستویسنه خط مستیمک مستوی

راستی نسیمه اولور .

۰۲ . بر خط مستیم بر مستوی به عمود اولور ایسه

خط مستیم مرقومک مستوی مذکور اوزرنده مرتسی بر نقطه به منجر اولور ،

زیرا خط مستیم مذکور ترکیب ایدن نقاطدن هر برینک مرتسی خط مزبورک موقع عمودی اوزرینه دوشر .

## دعوی

۲۵ . بر خط مستیم یکدیگری قطع ایدن ایکی مستوی

اوزرنده مرتملری عموم اولور سه خط مستیم مذکورک بعد مجردده موضعی عین اولور .

اشبودعوی بر پروانل مستویسی داخلند، بولنان خط مستیمدن

ملاک خطوط مستیمک کاغه سه حقنده بلااستنا حار مدره

خط مستقیم مرتسلی (شکل ۲۲) ب، ح، د اعتباریه  
 مستوی شاقولینک فالسدرمش اولدیعی فرض ایده لم .  
 فی مستویسنه عموماً ب مرتسمدن بر مستوی و کذا لی  
 مستویسه عموماً ح د ن دخی بر مستوی رسم اولندقه  
 مذکور مستویلدن هر بر یک بعد مجر دده مقروض خط مستقی  
 حاوی اولسی و بوجهتله خط مستقیم مز بورك مستوی  
 مذکورین فصل مشترکده بولسی لازمکاور . فقط مستوی  
 مذکورین ح د خط مستقی اوررنده تقاطع ایدوب  
 بوجهتله مرتسلی ح و ح د اولان خط مستقیم ح د ن  
 بسقه بر خط مستقیم اوله میه حمدن خط مستقیم مز بوز  
 معین اولمش اولور .

۲۶ . نتیجه . خط مستقیم مرتسلی خط رمبه عمو  
 اولان بر خط اوررنده واقع اولور لر ایسه خط مستقیم  
 مز بورك ایکی مستوی راسمی بر رینه مطلق اولور لر .  
 بو حالده ، پروفیل مستویسه متعلق بر خطی تعیین ایتک ایچون  
 ارزرنده واقع ایکی نقطه مک مرتسلیک معلوم اولسی مثلاً  
 شرائط خصوصیه احتیاج مس ایدر .

خط مستقیم معلوم و خط مستقیم مطلوب . خط مستقیم  
 معلومدن مقصد مرتسلی معلوم اولان خط مستقیم اولوب  
 خط مستقیم مطلوبدن مقصد دخی ، مرتسلیک تحریری  
 مطلوب اولان خط مستقیمدر .

مرتسلی ح ب ، ح د اولان بر خط مستقیم ح د خط  
 مستقی و یا خود ( ب ، ح ) خط مستقیم طرزنده یاز یاره  
 ارانه و اشمار اولور .

### دعوی

۲۷. بر نقطه نك مرئسملری نظیر نظیره اوله رق بر خط مستقیم مرئسملری اوزرنده بولنورلایسه نقطه مزبوره خط مستقیم مذکور اوزرنده واقع اولور . .  
 فرضاً بر نقطه نك ( شکل ۲۳ ) و و ك مرئسملری بر خط مستقیم متناظراً ب، ح مرئسملری اوزرنده بولنور .  
 زیرا ارتسام مستوی شاقولیسی ذهنأ بر زاویه قائمه قدر قالدیر لدقده و مرئسمنی تعیین ایدن خط راسمك ح دن مرور ایدن مستوی راسم اوزرنده بولندیغنی و كذا كه مرئسمنی تعیین ایدن خط راسمك دخی ح دن كچن مستوی داخلنده واقع اولدیغنی مفهم اوله جفندن مذکور خط راسمك ك نقطه تقاطعی مستوی راسمك ح ك فصل مشترکی اوزرنده بولنمغله مطلوب ثابت اولمش اولور .

### دعوی

۲۸. اولاً خطین مستقیمین مرئسم شاقولیرینك فصل مشترك نقطه سبله مرئسم اقبیلرینك فصل مشترك نقطه سی طه خط زمینه عمود اولان بر خط اوزرنده بولنورلر و ثانیاً خطیر مستقیمینك عین اسمده اولان مرئسملرندن ایکیسی بر برینی قطع ایتدکری حالده دیگر ایکیسی بر برینی اوزرینه منطبق اولورلایسه خطین مستقیمین مذکورین بر برینی قطع ایتمش اولورلر .

اولاً خطین معلومین بالفرض ( شکل ۲۴ ) ( ۶۳ ، ۶۴ ) و ( م م ، ق ق ) خطلرندن عبارت اولسونلر .  
 سو ب نقطه لری خط زمینه عمود اولان بر خط اوزرنده

بولدقلرندن (ماده ۱۵) بعد مجردده واقع رب نقطه سنك مرتسملرندن هبارت اولوب بوندن بشقه نقطه مذکور هك مرتسملری خطین مستقیمدن هر بریسك نظیر نظیره مرتسملری اوزرنده واقع اولدقلرندن (ماده ۲۷) نقطه مزبور ه خطین مستقیم مفروضینك هر بری اوزرنده بولنغله ح، و نه خط مستقیمینك نقطه سنك تقاطع ابتدکری تحقیق ایتش اولور .

لانیاً (شکل ۲۵) (ح، ح) و (و، و) (ف، ف) خط مستقیمینك مستوی افقی یه نظر آالان مستوی راسملری بر برینه منطبق اولوب (ب، ب) نقطه سی مذکور خطین مستقیمدن هر بری اوزرنده بولور .

دعوی

۲۹. بعد مجردده بر برینه مواری اولان خطین مستقیمینك هر قعی بر مستوی اوررنده واقع مرتسملری بر برینه مواری اولور .

مثلاً (شکل ۲۶) ح، ح، نه خط مستقیم بر برینه موازی اولسدل خطین مذکورینك م مستویسی اوررنده واقع ح، نه مرتسملری دخی بر برینه موازی اولور .

زیرا ح، و نه خط راسملری عینی مستوی یه عمود اولدقلرندن (ماده ۴۰۸) بر برینه موازی اولدقلری کبی مذکور خط مستقیمینك مرتسملرینی رسم ایدن مستوی راسملر اوزرنده دخی بولور و ح، ح، نه نه زاویه رینك مناهلری مناظرأ بر برینه موازی بولدقلرندن مذکور مستوی راسملر (ماده ۴۰۹) دخی بر برینه موازی اولور .

بوصورتده ح و و ه، مرتسملری مستویین متوازیینک مستوی  
آخرله فصل مشترکندن عبارت اوله جقلندن بربرینه  
موازی اولغله مطلوب ثابت اولور .

تنبيه . اشبهوهوايك عكسى هر زمان صحيح اولمز .

### دعوى

۳۰ . خطين مستقيمين عيني اسمده اولان مرتسملری  
بربرينه موازی اولور ايسه خطين مستقيمين مذکورين دخی  
بربرينه مواری اولورلر .

فرضا ( شکل ۲۷ ) ح و و ه، خطين مستقيمينک ح و و ه،  
مرتسم اقلیری بربرينه و ح و و ه، مرتسم شاقولیری دخی  
يکديکرينه موازی اولورلر ايسه خطين مستقيمين مذکورين  
بربرينه موازی اولورلر .

زیرا مستوی شاقولی مستوی افقی اوزرینه دور  
و تطبیق اولنیشیکن وضعیت اولیه سنه کلمک اوزره قلدیریلور  
ايسه ح و و ه، مرتسملری ینه موازی قاله جقلندن ووجهته  
ح ح و و ه، زاویه لرينک ضلعلری متناظرأ موازی  
اوله جقلندن مذکور ح و و ه، مرتسملری رسم ایدن  
مستوی راسلردخی بربرينه موازی اولورلر . بونک کبی  
اثبات اولنور که ح و و ه، مرتسملری رسم ایدن مستوی  
راسلرده يکديکرينه موازی بولنورلر . امدی ه نقطه سندن  
ح ح خط مستقیمه موازی برخط رسم اولنورسه خط مذکور  
( ه، ۱۰ ماده - ۳۸۱ ) ح ح خط مستقیمه موازی اولان ه ه،  
مستویسی داخلنده بولنه جفی کبی خط موازی مذکور عینی  
وجهله ه ه، مستویسی داخلنده دخی بولنه جفدن ه ه،  
فصل مشترکنه منطبق اولغله مطلوب ثابت اولور .



نتیجه • خطین مستقیمین عینی اسمده بولان ایکی مرتسمی  
بر برینه موازی اولور و دیگر ایکی مرتسمی یکدیگری اوزرینه  
منطبق بولور رایسه خطین مستقیمین مذکورین بر برینه  
موازی اولور • —

۳۱ • برخط مستقیم اثرلری • برخط مستقیم ارتسام  
مستویلرینی قطع ایتدیکی نقطه له خط مذکورک اثرلری  
تسمیه اولور • مثلاً ( شکل ۲۸ ) ده ق نقطه مستقیم  
مستوی افقی بی قطع ایتدیکی ق نقطه سی خط مذکورک  
اثر اقبیسندن و مستوی شاقولی بی قطع ایتدیکی ق نقطه سی  
دخی اثر شاقولیسندن عبارت اولور •  
ق نقطه سنک مرتسم اقبیسی و اولوب ق نقطه سک مرتسم  
شاقولیس ق اولور •

ق اثر نقطه سی مستوی افقی اوزرنده بولندیغدن نقطه  
مزبوره نك ق مرتسم شاقولیس طه خط رمینی اوزرنده  
بوله جفی مثلوق ق اثری دخی مستوی شاقولی اوزرنده واقع  
اولدیغدن نقطه مزبوره نك ق مرتسم اقبیسی ینه ط  
اوزرنده بولور •

لوحة ارتسام لوائله اشارت اولنان هیئت عرض ایدر ( شکل ۲۸ ) •  
۳۲ • برخط مستقیم اوضاع مختلفه سی • برخط مستقیم  
ارتسام مستریلریه نظراً روجه آتی وضعیتلده بولنه یلور •  
اولاً خط مستقیم ارتسام مستویلریک ایکسینده قطع  
ایدز • بوحالده خط مستقیم مذکورک ایکی مرتسمیده طه  
خط زمینی قطع ایدوب ( شکل ۲۸ ) لو ده کورلیدیکی وجهله  
خط مزبورک ایکی اثری بولور •  
ثانیاً خط مستقیم مستوی افقی به موازی اولور •

( شکل ۲۹ ) بوحالده خط مستقیم ب مرسم افقیسی کیف  
ما التفق واقع اوله بیلوب آنجق ح ب مرسم شاقولسی طه  
خط زمینه موازی اولور . چونکه خط مذکور کافه  
نقاطی مستوی افقیدن ابعاد متساویه ده واقع اولوب ب ح  
مرسم شاقولسی طه خط زمیندن مساوی بعده بولنور  
بر خط افقینک اثر افقیسی اولیوب یا لکرا اثر شاقولسی  
اوله بیلور .

( ح ب ح ب ) خط افقیسی ( شکل ۲۹ ) مستوی افقینک  
اوست طرفنده اولوب مستوی مذکوره اولان بعدی دخی  
( ماده ۱۴ ) سن سن دن عبارتدر .

ح ب مرسم شاقولسی طه خط زمینی اوزونده بولنور  
ایسه خط مستقیم مستوی افقی داخلنده واقع اولوب اکر  
مرسم شاقولی مذکور خط زمینک تحتنده بولنور سه  
خط مذکور مستوی افقینک الت طرفنده بولنور .

ثالثاً خط مستقیم مستوی شاقولی به موازی اولور  
( شکل ۳۰ ) و و وف خط مستقیم مستوی شاقولی به موازی  
اولور ایسه خط مزبور کافه نقاطی لی مستویسندن مساوی  
مسافده ( ماده ۱۴ . مسافه ) واقع اوله جفندن و و مرسم  
افقیسی طه خط زمینه موازی اولور .

رابعاً خط مستقیم خط زمینه موازی اولور . ( شکل ۳۱ )  
بوحالده خط مستقیم مذکور ق و لی مستویلرینک ایکسینه ده  
موازی اوله جفندن مرسملرینک ایکسیده طه خط زمینه  
موازی اولور .

خامساً خط مستقیم ارتسام مستویلریندن برینه عمود اولور .

مثلاً  $\alpha$  خط مستقیم مستوی افقی به عمود اولسه  
خط  $\alpha$  بولور ۷ مرتسم افقیسی ( ماده ۲۴، تبیه ۲ ) بر نقطه دن  
عبارت اولوب  $\alpha$  ب مرتسم شاقولسی دجی ط ۷ خط زمینه  
عمود اولور .

۵۹.  $\alpha$  خط مستقیم ایسه مستوی شاقولی به عمود در .  
سادساً خط مستقیم خط زمینه عمود اولان بر مستوی  
داخلده بولور .

بوحالده خط مستقیم بر رو فیل مستویسی داخلده بولوب  
مرتسم لری ط ۷ خط زمینه عمود اولور ایسه ده اشبو  
مرتسم خط مستقیم بر بوری تعیین ایتکه کفایت ایده مز لر .  
چونکه مذکور مرتسم  $\alpha$  رو فیل مستویسی داخلده بولان  
بالحملة خطوط مستقیمه به سموللری اولوب بوجهته خط مستقیم  
تعیین اولمسی ایچون بشقه جه خصوصی معلوماتک ( ماده  
۲۶ ) اعطا اولمسی لارم کلور .

سابعاً خط مستقیم ارتسام مستویلرندن ریزی اوزرنده  
بولور .

بوحالده خط مستقیم بولیدیعی مستویده کی مرتسمی  
بالذات کسدوسی اولوب دیگر مرتسمی ایسه خط زمین  
اوزرنده واقع اولور . ( بویکفیت خط مستقیم بر وجه بالا  
ایکچی واوچیعی وصعیتلری مطالعه سدن دجی مهم اولور )

### مبحث رابع — سطوح مستویه

۳۳. بر مستویک اثرلری . ارتسام مستویلرینی قطع  
ایدن بر مستویک مذکور ارتسام مستویلریله حاصل ایتدیگی  
فصل مشترکله مستوی مذکورک اثرلری تبیه اولوب

مستوی<sup>۱</sup> افقی ایله اولان فصل مشترکه اثر افقی و مستوی<sup>۲</sup> شاقولی ایله اولان فصل مشترک دخی اثر شاقولی تعیر اولنور .

برمستوینک صورت ارا<sup>۳</sup>نه . برمستوی اکثریت اوزره اثر لری واسطه سیله ارا<sup>۴</sup>نه اولنوب فقط مستوی<sup>۵</sup> مذکوری ارا<sup>۶</sup>نه ایتک ایچون مستوی<sup>۷</sup> مزبور داخلنده بر برنی قطع ایدن و یا خود بر برینه موازی اولان هر قغی ایکی خط مستقیم دخی استعمال اولنه یلور .

دعوی

۳۴ . برمستوینک اثر لری یا حط رمین اوزر ده کاش بر نقطه ده تلاق ایدر لر و یا خود خط زمین مذکوره مواری واقع اولور لر .

زیرا برمستوی خط زمینی یا قطع ایدر و یا خود حط مزبوره موازی اولور . اگر مستوی خط رمینی قاع ایدر ایسه تقاطع نقطه سی مستوی<sup>۸</sup> مذکور اثر لیک ایکی سی اوررنده ده بولنور . و اگر مستوی ط<sup>۹</sup> خط زمینه موازی اولور ایسه (شکل ۱۳۳) ارتسام مستوی لریدن هر بری مستوی<sup>۱۰</sup> معلومه مواری اولان ط<sup>۱۱</sup> حط رمینی حاوی اولدقلرندن مستوی<sup>۱۲</sup> مذکور ایله حاصل ایتدک لری فصل مشترک لر یعنی مستوی معلومک اثر لری (ماده ۳۷۹) خط زمین مذکوره موازی اولور لر .

امثله . ماع ما مستوی سی (شکل ۳۴) ط<sup>۱۳</sup> خط رمینی ع نقطه منده قطع ایتدیکندن نقطه مزبوره ع ماع ما اثر لری تک ایکی سی اوزرنده دخی بولور .

عکس<sup>۱۴</sup> مستوی سی (شکل ۳۳) ارتسام مستوی لرینک ایکی سنیده قطع اولنوب فقط مستوی<sup>۱۵</sup> مزبور ط<sup>۱۶</sup> خط زمین موازی

اولد یغندن کُا و کُا اثر لی خط زمین مزبورده  
موازی اولورلر .

ط ه خط زمینه موازی اولان مستوی ارتسام  
مستویلرندن برینه و بالعرض (شکل ۳۵) مستوی افقی به  
دخی موازی اوله بیلور بوسورنده مستوی مذکورک اثر  
افقیسی اولیوب یالکر کُا اثر شاقولیبی بولنده رق ط ه خط  
زمینه موازی اولور .

برمستویک صورت افاده سی . بر مستوی ایاکندی  
اثر لی واسطه سیله و یاخود یالکر بر حرف ابه افاده  
اولور مثلاً (شکل ۳۴) ماع ما و یاخود کُا مستویسی  
دنبلوب بعضکرده برمستویک ط ه خط زمینی قطع ایند یکی  
نقطه نک اشعار اولنسیله اکتفا اولنده رق ع مستویسی  
دنبلور .

۳۵. برمستویک اثری اوزنده بولان برنقطه . برنقطه نک  
مرتمم افقیسی برمستویک اثر افقیسی اوزنده بولوبده  
مرتمم شاقولیبی خط زمین اوزنده واقع اولور ایسه  
نقطه مذکورده مستوی مزبورک اثر افقیسنه متعلق  
اولور .

زیرا (شکل ۳۶) ع ه خط مستقیمک مرتمم شاقولیبی  
ط ه خط زمینی اوزنده (ماده ۳۲، ۷) بولنده جغندن  
و بوسیله مبنی ه که مرتمم نقطه لی خط مستقیم مذکورک  
مرتمم لی اوزنده واقع اولد قلندن اشبو مرتمم نقطه لریک  
دلالت ایند ک لری که نقطه سی (ماده ۲۷) مذکور ع ه خط  
مستقیمه متعلق بولور و یاخود تعبیر دیگرله دنبلور که  
مرتمم شاقولیبی ط ه اوزنده و ه مرتمم افقیسی دخی

بولۇپ، بولۇپ يىغىن (۲۵، ۲۶) ويا خود ۲۵ نۇقتەسى  
 (۲۷، ۲۸) (ھال ۵) مستوى افقى اوزۇرۇندە و بوجھتە اثر  
 افقى اوزۇرۇندە واقع اولور .

۲۹ (ب) نۇقتە سىنكىنى ۲۵ ب مستوىنىڭ اثرىنى قوللىنىپ  
 متعلق اولدىغى بروجە سايىق اثبات اولنە بيلور .

۳۰ ۳۶ . برستوىنىڭ اۇضاع مختلفەسى . اول مستوى  
 مذکور خط زمينى قطع ايدور .

بوحالده مستوى مزبورىڭ اثرى (شکل ۳۴) دە  
 كورلدىكى اوزۇرە خط زمينى عىنى نۇقتەدە قطع  
 ايدور .

ثانيا ارتسام مستويلىرىدىن بىرە موازى اولور  
 (شکل ۳۵) .

بوسورۇندە مستويىك يالكر براثرى اولوب  
 اودە ط ۲۵ خط زمينە موازى اولور .

امثله (شکل ۳۷) . ھا مستويى ارتسام مستوى  
 افقىنىڭ اوست طرفىدە كائن برستوى افقىدىن عبارت  
 اولوب برنجى و ايكنى مستويىن زاويه لىرىدە بولنور .

كە مستويىنى قى مستويىنىڭ تىنىدە بولنوب اوچىنى  
 و درىنجى مستويىن زاويه سىندە كائىدر .

سا مستويىنى ارتسام مستوى شاقولسىنە موازى  
 اولوب مستوى مذکورىڭ اوك طرفىدە واقع ورنىنى ايله  
 درىنجى مستويىن زاويه لىرىدە كائىدر .

ھا مستويىنى مستويىنە موازى و فقط مستوى  
 مزبورىڭ ارقە طرفىدە كائن اولوب ايكنى و اوچىنى  
 مستويىن زاويه لىرىدە كائىدر .

ثالثاً مستوی خط زمینه موازی اولیّه برآید  
ارتسام مستوی بیک ایکنده قطع ایدر .

(شکل ۳۸) بوحالده مستویک اثری (ماده ۳۴)  
ط ۲ خط زمینه موازی اولور حاً، حاً مستوی مستوی  
افقینک قسم متمبله مستوی ثا قولیک قسم علیاسنی قطع ایدر ،  
کاً، کاً مستوی ایسه فی مستویستک قسم  
مؤخری و لی مستویستک قسم علیاسنی قطع ایدر .

رابعاً مستوی خط رمیدن مرور ایدر .  
بوصورته مستویک اثری خط زمینه منطق  
اولور و مستوی مزوری مع قلیق ایچون نقاطدن  
بریک مرتسلیک معلوم اولسی و یا خود معلومات  
سائرته بیلیمسی لازمکورد .  
خامساً مستوی خط زمینه عمود اولور .

بوصورته مستوی رپرویل مستویستدن عارث اولورق  
اثر بیک ایکنیده خط زمینه عمود اولور .  
سادساً مستوی ارتسام مستویستدن ریدر عمود اولوره  
بوصورته مستوی دایکی ارتسام مستویستنه عمود  
ایسه اول مستوی اوریده کی اثری کیف مایشاء واقع  
اولوب اُر دیکری خط زمینه عمود اولور .  
اشو کیفیت روحه آتی بیان اوله جق دعاویدن  
استناح اولور .

دعوی

۳۷ . اولامستوی افقی به عمود اولان بر مستویستک  
اثر ثا قولیسی خط زمینه عمود اولور .

زیرا (شکل ۳۹) یکی مستوی بر مستوی به عمود اولور ایسه مستویین مزبورینک فصل مشترکی دخی مستوی مذکوره عمود اوله جفندن (هـ، ماده ۰۰ - ۴۰۵) فی مستویینه بالفرض عمود اولان حاع حاً مستویسیله مستوی شاقولینک فصل مشترکندن عبارت بولان حاع حاً اثری مستوی افقی به عمود اولوق لازمکلور و برخط مستقیم بر مستوی به عمود اولد قده مستوی مزبور اوزرنده بولتوبده موقع عمودندن مرور ایدن خطرده عمود اوله جفندن (هـ، ماده ۰۰ - ۳۶۴) اثر مذکور ط ه خط زمینه ده عمود اولوق لازمکله مکمل مطلوب ثابت اولور. ثانیاً مستوی شاقولی به عمود اولان کما مستویینک اثر اقلیمی خط زمینه عمود اولور بوده بوجه سابق اثبات اولنه بیلور.

### عکس دعوی

۳۸. بر مستویینک اثر شاقولیی خسط زمینه عمود اولور ایسه مستوی مذکور مستوی افقی به عمود اولور.

مثلاً (شکل ۴۰) حالا حاً مستویینک لا حاً اثر شاقولیی ط ه زمینه عمود اولور ایسه مستوی مذکور مستوی افقی به عمود اولور.

زیرا حالا حاً مستوییی مستوی شاقولی اوزرنده بولتوبده برابر مستوی شاقولی مزبور ایله مستوی افقینک فصل مشترکده عمود اولان لا حاً خط مستقیم حاوی اولدیفندن (هـ، ماده ۰۰ - ۴۰۲) مذکور حالا حاً مستویینک دخی مستوی افقی به عمود اولور لازمکله مکمل مطلوب ثابت اولور.



۳۹. بر مستویك اثر افقیسی ط به خط زمینه به  
اولورسه مستوی منور مستوی شاقولی به عمود اولو

### دعوی

۴۰. مستوی افقی به عمود اولان بر مستوی  
داخلنده واقع هر بر شكل مرتسم افقیسی مستوی  
منورك اثر افقیسی اوزرنده بولور.

مثلا (شكل ۴۱) مستوی افقی به عمود اولان حالا  
حاً مستویسی داخلنده كائن كه شكل مرتسم افقیسی  
مستوی منورك لا حاً اثر افقیسی اوزرنده بولور. زیرا  
ح، ب، ت، ن نقطه لری مستوی افقی به عمود اولان  
بر مستوی داخلنده بولند قلرندن نقطه مذكوره دن رسم وتزیل  
اولنان ح، ب، ت، ن، ه، الخ خط راستلری دخی  
(ه، ماده ۴۰۳) حالا حاً مستویسی داخلنده بولوب  
بوجهتله شكل منور نقاطك ح، ب، ت، ن، ه، الخ مثللو  
بالجمله مرتسلری لا حاً اوزرنده بولمغله مطلوب نابت اولور.

۴۱. مستوی شاقولی به عمود اولان بر مستوی داخلنده  
كائن هر بر شكل مرتسم شاقولیسی مستوی مذكورك  
اثر شاقولیسی اوزرنده بولور.

بحث خامس — اجمالاً

۴۲. نقطه بر نقطه نك مرتسلری خط زمینه عمود  
اولان عینی خط مستقیم اوزرنده بولور.

بر نقطه نك ارتسام مستوی لرندن برینه اولان بعدی  
نقطه منور نك دیگر ارتسام مستویسی اوزرنده کی  
مرتسلك خط زمینه اولان بعدندن عبارتدر.

بر نقطه نك مرتسم شاقوليسى خط زمين اوزرنده  
بولنورسه نقطه مزبوره مستوى افق اوزرنده  
بولنور .

بر نقطه نك مرتسم افقيسى خط زمين اوزرنده  
بولور ايسه نقطه مذكوره مستوى شاقولى  
اوزرنده واقع اولور .

بر نقطه نك مرتسم افقيسى مستوى افقنك قسم  
مقدمى اوزرنده ومرتسم شاقوليسى دخی مستوى  
شاقولينك قسم عيلاسى اوزرنده بولنور ايسه نقطه  
مزبوره برنجى مستويين زاويه سنده بولور .

بر لوحه ارتسامده بر نقطه نك مرتسم افقيسى  
خط زمينك آلت طرفنده ومرتسم شاقوايسى خط  
مزبورك اوست طرفنده بولنور ايسه نقطه مذكوره نك  
برنجى مستويين زاويه سنده بولنديغى منقسم اولور .  
بر نقطه نك مرتسملى خط زمينك اوست و آلت  
طرفنده بولنورلر ايسه نقطه مزبوره برنجى ويا خود  
اوچجى مستويين زاويه سنده متعلق اولور .

بر نقطه نك مرتسملى خط زمينك يالكر بر طرفنده  
بولنورلر ايسه نقطه مذكوره يا ايكنجى ويا خود در دنجى  
مستويين زاويه سنده بولنور .

خط زمينه عمود اولان عيني خط مستقيم اوزرنده  
وقع اوليان ايكي نقطه عيني نقطه نك مرتسملى اوله مزور .  
بر نقطه نك مرتسملى بر خط مستقيم نظر نظيره اوله رق  
مرتسملى اوزرنده بولنورلر ايسه نقطه مذكوره خط  
مستقيم مزبور اوزرنده واقع اولور .

۴۳ • برخط مستقیم • برخط مستقیم مرتسم شاقولایی خط  
زمینه موازی اولور ایسه خط مستقیم مذکور برخط  
افتیدن عبارت اولور •

برخط مستقیم مرتسم افقیسی خط زمینه موازی  
اولور ایسه خط مستقیم مزبور مستوی شاقولی به موازی  
اولور •

برخط مستقیم بر مستوی اوزرنده کی مرتسمی بر نقطه دن  
عبارت اولدیفی حالد مرتسم دیگری خط زمینه عمود  
اولور ایسه خط مستقیم مزبور مستوی مذکوره عمود  
اولور •

خطین مستقیمین مرتسم اقبیلیه مرتسم شاقولیلرینک  
تقاطع نقطه لری خط زمینه عمود اولان برخط مستقیم  
اوزرنده بولورلر ایسه و یا خود خطین مذکورینک هینی  
اسمه اولان مرتسملری یکدیگرینی قطع ایدوب دیگر ایکی  
مرتسمی بربری اوزرینه منطبق اولورلر ایسه خطین  
مستقیمین مزبورین بربری قطع ایتش اولورلر •

خطین مستقیمین هر برار تمام مستویسی اوزرنده کی  
مرتسملری بر برینه موازی اولورلر • و یا خود  
هینی اسمده اولان ایکی مرتسمی یکدیگرینی قطع ایدوبده  
دیگر ایکی مرتسمی بربری اوزرینه منطبق اولورلر ایسه  
خطین مستقیمین مزبورین بر برینه موازی اولورلر •

۴۴ • بر مستویینک یا لکزاثر شاقولایی بولنوبده  
اثر مذکور دخی خط زمینه موازی اولور ایسه مستوی  
مزبور بر مستوی افتیدن عبارت اولور •

بر مستویك يالکز اثر افقیسی بولور و اثر مذکور دخی  
خط زمینه موازی اولور ایسه مستوی\* مزبور مستوی\*  
شا قوی به موازی اولور .

بر مستویك اثر شا قویسی خط زمینه عمود اولور  
ایسه مستوی\* مزبور مستوی\* افقی به عمود اولور . \*  
بر مستویك اثر افقیسی خط زمینه عمود اولور ایسه مستوی\*  
مذکور مستوی\* شا قوی به عمود اولور .

بر مستوی مستوی\* افقی به عمود اولور ایسه مستوی\* عمودی\*  
مذکور داخلنده مرسوم اولان هر قنغی بر شكك مرتسم  
افقیسی مستوی\* مزبورك اثر افقیسی اوزرنده بولور .  
بر مستوی مستوی\* شا قوی به عمود اولور ایسه مستوی\*  
مفروض دروننده رسم اولان هر هانگی بر شكك مرتسم  
شا قویسی\* مستوی\* مزبورك اثر شا قویسنه مطبق اولور .

## یكی فصل

خطوط مستقیمه وسطوح مستویه نك فصل مشترکی

خطوط مستقیمه نك انزری

مستقیله

۴۵ . مرتسمی معلوم اولان بر خط مستقیمك اثر لری

تعین ایتك .

خط مستقیمك اثر افقیسی دم خط مستقیم مذکور و همده  
مستوی\* افقی اوزرنده بولدیغدن اثر مذکورك مرتسم

شا قولیسی (ماده ۱۷) خط زمین اوزرنده بولنق  
لازمکلور.

ببارین اثر مذکور ی تعیین ایتک ایچون خط مستقیم  
مذکورک مرتسم شا قولیسی ط ۵ خط زمیننی قطع ایدنجده  
قدر تمدید ایتک و تقاطع نقطه سدن خط مستقیم مرتسم  
افقیسنی قطع ایدنجده دکی ر عمود احراح ایتک اقتضا  
ایدر. (شکل ۴۲)

مرتسم لری معلوم اولان خط مستقیم بالفرص ح ب و  
ح ب خطدن عبارت بولسون.

خط مذکورک ا ر افقیسنی تعیین ایتک ایچون ح ب  
مرتسمی خط زمیننی قطع ایدنجده قدر تمدید و ف نقطه سندن  
ب و عمودی احراح اولد قده ب نقطه سی اثر مطلوبدن  
عبارت اولور.

کدا اثر <sup>مطلوب</sup> بی تعیین ایتک ایچون ح ب مرتسمی ط ۵  
خط زمیننی قطع ایدنجده قدر تمدید اولوب ع نقطه سندن  
ع ع عمودی اقامه اولد قده غ نقطه سی خط مستقیم  
معلومک اثر شا قولیسی اولور.

۴۶. قاعده عمایه. • بخط مستقیم ا ر افقیسنی تعیین  
ایتک ایچون خط مذکورک مرتسم شا قولیسی خط زمین  
قدر تمدید و تقاطع نقطه سدن خط زمین بر عمود اقامه  
ایدیلور که عمود مزبورک مرتسم افقی بی قطع ایندیکی نقطه  
ا ر مطلوبدن عبارت اولور.

ا ر شا قولی بی تعیین ایتک ایچون دخی بالاده کی قاعده  
عمایه ر قاعده عمایه وضع واتیان اولد بیلوب بوند بشت

(ع، غ) نقطہ سنک اولاً مرتسلی خط مستقیم معلوم نظیر نظیر مرتسلی اوزندہ بولند قلند نقطہ مذکورہ خط مزبور اوزندہ بولوب ثانیاً ع مرتسم افقیسی خط زمین اوزندہ واقع اولدیقندن نقطہ مزبورہ نك مستوی شاقولی به متعلق برنقطہ دن عبارت اولدیعی اکلا شیلورکه بوجہتله مذکور قاعدہ عملیه نك صحیح دخی تحقق ایتمش اولور .

٤٧. تنبيه. سالف الذکر قاعدهٔ عمليه خطوط مستقيمه مختلفه به تطبيق اولنه ورق بروجہ آتی نتیجہ استحصال اولنور :  
اولاً نہ ک و یا خود ( نہ ، نہ ک ) خط مستقیم ( شکل ٤٣ )  
مستوی شاقولینک قسم علیاسنی ( ع ، ع ) نقطہ سندہ قطع  
ایدوب ( ک ، ک ) نقطہ سی دخی برنجی مستویین زاویہ سندہ  
بولند یغدن ( ع ، ع ک ) خطی خط مستقیم معلومک قسم  
حرکتسندن عبارت اولور .

تہ و خط مستقیم مستوی اقصینک قسم مؤخرینی (ف، ف)  
نقطہ سنده قطع ابتدیکدن خط مستقیم مذکورک (ع، ع) و (ع)  
قسمی (مادہ ۲ و ۱۶) ایکجی مستویین زاویہ سنده  
وباقی (ف، ف) و (ت) قسمی دخی اوچجی مستویین زاویہ  
سندہ بولنور .

ثانیاً مَوْصُ خط مستقیم (شکل ۴۴) ایکنجی و اوچنجی و دردیجی مستویین زاویه زدن مرور ابتدا یکدن کا، لا غیر مرئیدر . فی الحقیقه خط مذکور ک (ف' ف) اثراقیسی مستوی افقینک قسم مؤخری اوزرنده بولنوب ع و ع' ازشاقولینی دخی مستوی شاقولینک قسم سفلاسی اوزرنده واقع اولد یغندن (ف ع' ف ع) قسمی اوچنجی مستویینه

بولنان اشبو نقطه ایسم ثابت فالور . خط مستقیم مذکور  
مستوی افقی بی دخی و نقطه سنده قطع ایدر که پرویل  
مستوی و ضعیف اولیه سنده کتور لدیکی و مستوی افقی  
دخی مستوی شاقولینک اخراجی اوررنده بولدیرلدیغی  
زمان مذکور و نقطه سی و محله کلور .

۵۵۰ ایکجی مثال . ( ۴۰ ، ۴۱ ) و ( ۴۲ ، ۴۳ )

نقطه لری ( شکل ۴۹ ) واسطه سیاه معلوم بر خط مستقیم  
فرض ایدم . پرویل مستوی مستوی شاقولی اوزرینه  
ولوحه ارتسامک صاغ طرفنه تطبیق اولندقدده بعدمجرده  
بولان نه نقطه سی و نقطه سنده منطبق اولور .  
نقطه سک و مرسم افقیسی مستوی افقینک قسم  
مؤخری اوزرنده بولدیرعدن نقطه مذکور نک  
ایکجی مستوی زاویه سنده بولدیغی مستبان اولوب  
بیارین و مرسمی م حطی اوزرنده بولان و نقطه سنده  
منطبق اوله جعی کبی بعدمجرده واقع و نقطه سک  
دورو تطبیق دخی و نقطه سدن عبارت بولور .

خط مستقیم مستوی شاقولینک قسم علیاسنی ع  
نقطه سنده قطع ایدر خط مذکور مستوی افقینک قسم  
مؤخرینی دخی و نقطه سنده قطع ایدر یکندن لوحه ارتسام  
اوررنده مذکور خط مستقیم اثر افقیسی تعیین ایتک ایچون  
ط خطینک اوست طرفنده اولق اوزره م نقطه سندن  
اعتباراً م و طولنه مساوی بر طول اخذ اولنق لازم  
کلوب بوجهتله خط مستقیم معلومک اثر لری و  
نقطه لردن عبارت بولور .

۵۱. تنبیه . پروفیل مستویسی مستوی\* افقی اوزرینه  
دخی تطبیق اولنده ییلور . فقط مذکور پروفیل مستویسی  
مستوی\* شاقولی اوزرینه و لوحه ارتسامك صاغ طرفه  
تطبیق اولنور ایسه ط م ف زاویه سی برنجی مستوین  
زاویه سی و ف م ه زاویه سی ایکنجی مستوین زاویه سی  
و م م ه و م ط زاویه لری دخی اوچنجی و در دنجی  
مستوین زاویه لری ارائه ایدوب مثلثانده کورلدیکی  
اوزره ط م ی زاویه سی عین و جهله برنجی ربع محیطه  
و ف م ه و م م ه و م ط زاویه لری دخی ایکنجی  
اوچنجی و در دنجی ربع محیطله متعلق بولنورلر .

عکس مسئله

۵۲. اثرلی معلوم اولان بر خط مستقیم مرتسملری  
تعیین ایتك .

ایکی نقطه سنك مرتسملری معلوم اولان بر خط  
مستقیم مرتسملری تعیین ایتك ایچون عینی اسنده اولان مرتسم  
نقطه لرینك بئنی بر خط مستقیم ایله وصل ایتك كفايت  
ایدر . چونكه خط مستقیم مذکورك مرتسم افقیسی  
خط مزبورك هر قنغی ایکی نقطه سنك ( ماده ۲۷ ) مرتسم  
اقتیلرینی حاوی اوله جفی کبی خط مزبور مرتسم شاقولیسلی  
دخی مذکور نقطه لك مرتسم شاقولیلرینی حاوی اولمق لازم کاور .  
فرضا ف و ع نقطه لری ( شکل ۵۰ ) اثرین معلومیدن  
هبارت بولنسونلر . مذکور ف و ع نقطه لردن ط ه  
خط زمینی اوزرینه بر عمود تزیل ایدیه رك ف و ع  
مرتسملری تعیین و ف و ع مرتسم اقبیلرله ف و ع مرتسم  
شاقولیلرینك بیلرلی بر خط مستقیم ایله وصل اولدقده



(ف ع ا ف ع) خطی خط مستقیم مطلوب بدن عبارت  
اولور ۰ زیرا خط مذکور تقطین مطلوبین حاویدر ۰  
۵۳ ۰ تذهبات ۰ ۱ خط مستقیم (شکل ۵) اثری  
اره سنده کی قسمی اوزرنده هر قنخی بر ۰ نقطه سی  
برنجی مستوین زاویه سنده واقع اولدیغندن مرئی  
اولوب باقیسی ایسه غیر مرئیدر ۰ ثلاث نقطه سی در دلجی  
مستوین زاویه سنده واقعدر (ماده ۲ و ۱۶) ۰  
۲ ۰ ف و ع اثری خط زمینک (شکل ۵۱) اوست  
طرفده بولور ایسه ف ع قسمی مرئی اولوب خط  
مستقیم مستوی شاقولی بی ع نقطه سنده قطع اینکله  
ایکجی مستوین زاویه سندن مرور زاویه مذکوره دن  
ف نقطه سنده خروج ایدرک اوچجی مستوین زاویه سنده  
دخول ایلر ۰

۳ ۰ ف و ع اثری ط ۵ خط زمینده عمود اولان  
(شکل ۵۲) بر خط مستقیم اوزرنده بولور ایسه خط  
مستقیم بر پروفیل مستوی داخلمده بولنش اولور ۰  
پروفیل مستوی مستوی شاقولی به تطبیق اولند قد  
ع اثری تبدیل محل ایجاب ف اثری ایسه ف نقطه سنده  
کلور ۰ و ع ف خطی اوزرنده واقع ۰ نقطه سنک مرئیدر  
۰ و ۰ نقطه لرندن عبارت بولند لرندن خط مزبور  
اوزرنده مراد اولندیجی قدر نقاط تعیین اولنه بیلور ۰  
محث ثانی ۰ بر مستویده واقع خطوط مستقیمه  
دهوی

۵۴ ۰ بر مستویده واقع اولان بر خط مستقیم  
اثری مستوی مزبور اثری اوزرنده بولور

مثلاً  $ح$   $ا$  مستویسده واقع  $ف$   $ع$  (شکل ۵۳)  $خ$  مستقیمک  $ف$  و  $ع$  اثرلری مستوی مزبورک متناظر  $ح$   $ا$  و  $ه$  اثرلری اوزرلنده بولورلر .

زیرا  $ح$  خط مستقیم مزبورک ارلرندن هربری  $ه$  مستوی معلوم اوررنده و  $ه$   $د$  ارتسام مستویلرندز بری اوزرنده بولدقلرندن (ماده ۳۱) مستوی مذکور ایله ارتسام مستویلریک فصل مشترکلی اوزرنده بولورلر .

$ح$  خط مستقیم مزبورک اثر اقبیسی  $ف$  و اثر شاقولیبسی  $ع$  ایله ارائه ایدلدکده (شکل ۵۳) مذکور  $ف$  و  $ع$  نقطه لرندن  $ط$   $ح$   $ر$  مینی اوزریسه  $ف$  و  $ع$   $ع$  عمودلری تنزیل اولمعه مزبور  $ف$   $ع$  خط مستقیمک مرتسملری استحصال قلمش اولورلر .

۵۵ . بالعکس  $ر$   $ح$   $ا$  مستویسی داخلده بولنق اوزره  $ر$   $خ$  خط مستقیم رسم ایتک ایچون مستوی مذکورک اثرلری اوزریده  $ف$  و  $ع$  مثلوا یکی نقطه اخذ ایتک و  $د$   $ف$  و  $ع$  نقطه لری تعیین ایله  $ف$  و  $ع$  و  $ف$   $ع$  خطلری رسم ایتک کفایت ایدر .

۵۶ . بر مستوینک خط اقبیسی . بر مستوی مفروض داخلده بولوب مستوی افقی یه موازی اولان هر  $ر$   $خ$  خط مستوی مزبورک خط اقبیسی تسیمه اولور . دعوی

۵۷ . بر مستوینک خط اقبیسنک اثر شاقولیبسی مستوی مزبورک اثر شاقولیبسی اوزرنده بولوب خط مذکورک مرتسم اقبیسی دخی مستوی مفروضک اثر اقبیسنه موازی اولور .

زیرا (شکل ۵۵) حالا مستویسی داخلده  
بولان د ع خط افقیسک ع اثر شاقولیس (ماده ۵۴)  
مقتضاسنجه لا حالا اوزرنده بولوب بوندن بشقه مذکور  
د ع خط افقیسی حالا مستویسی ایله د ع استقامتدن  
یکوریلان بر مستوی افقیسک فصل مشترکی کی تصور  
اوله بیله جکندن لا حالا اثر افقیسیله بعد مجررده واقع د  
ع خط مستیمی بر مستویک مستوین متوازین ایله فصل  
مشترکندن عبارت بولمغله (ماده ۵۰، ماده ۳۸۳) بر برینه  
موازی اولوب بوجهته مذکور فصل مشترک لا حالا  
و ع د مرسمری دخی (ماده ۲۹) بر برینه موازی  
اولورل .

۵۸. نتایج ۰۱. حالا مستوی معلومی داخلده د ع  
خط افقیسی رسم ایتمک ایچون لا حالا اوزرنده ع  
نقطه سی اخذ و ع نقطه سی بعد التعیین ع د خط مستیمی  
ط ه خط زمینه و ع دخی لا حالا اثرینه موازی رسم  
اولور (شکل ۵۵) .

۰۲. مس لا مس مستوی معلومی داخلده مستوی  
شاقولی به موازی اولمق اوزره (شکل ۵۶) ف ک  
خط منتهینی رسم ایتمک ایچون لا مس اوزرنده ف  
نقطه سی اخذ و ف دخی بعد التعیین (ط ه) موازی  
ف ک و (لا مس) موازی ف ک رسم اولور .

تنبیه ۰ مستوی افقی به موازی اولوب بر مستوی  
داخلده بولان خطه مستوی مزبورک خط افقیسی  
دیغنه قیاساً مستوی شاقولی به موازی اولوب بر مستوی  
معلوم داخلده بولان خط مستیه دخی بهضکره مستوی

مذکور ک خط شاقولیسى تسمیه اول نور . و مثلاً  
(ك ف ، ك ف ) خط مستقیمه (شکل ۵۶) مس لا مس  
مستویسنك خط شاقولیسى دینور فقط مذکور ك ف خط  
مستقیمك حقیقه بر خط شاقولی اولدیغنی در خاطر ایتك  
لازم اولوب چونكه خط مذکور مستوی افقی به نسبتاً  
بر خط مائیدن عبارتدر . بعض مؤلفین مستوی شاقولی به  
موازی اولان خط مستقیمه جبهه خطی نامنی و بر مش و مثلاً  
ك ف خطنه مس لا مس مستویسنك جبهه خطی دیملر ایسه ده  
مناظر دن استعاره ایدیلان اشمو تسمیه بك آزم مستعمل  
اولوب مع مافیه محذوردنده سالمدر .

#### مسئله

۵۹ . بر مستوی ایله مستوی مذکور اوزرنده واقع  
بر خط مستقیمك مر تسمیلندن بریسی معلوم ایکن خط مزبور ك  
مر تسم دیگرینی تعیین ایتك .

رنجی حال . مستوی اثرلری واسطه سیله معلوم  
اولور .

اولاً بر خط مستقیمك اثرلری بر مستویك نظیر نظیره  
اثرلری اوزرنده بولور سه خط مذکور مستوی مزبور  
اوزرنده (ماده ۵۴) واقع اوله خغدن مقصدك  
حصو لیچون خط مستقیمك اثرلرینی تعیین ایتك ایجاب  
ایدر . ایدری خط مستقیمك بالفرض مر تسم افقیسی معلوم  
ایسه مر تسم مزبور ك مستویك اثراققیسی قطع ایتدیکی  
نقطه خط مستقیمك اثراققیسندن عبارت اولوب مر تسم  
افقیسنك خط زمینی قطع ایتدیکی نقطه دخی خط مزبور اثر  
شاقولیسك مر تسم افقیسندن عبارت بولور .

مثلاً (شکل ۵۷) مَسْ مستویسی لا مس و لا مَسْ  
اثر لری واسطه سیله معین اولسون و مستوی مزبور  
داخلده بولان بر خط مستقیم ب مَسْ رسم افقیسی معلوم  
بولسون .

ب مَسْ رسمك لا مس اثرینی قطع ایندیکی ف نقطه سی  
خط مستقیم اثر افقیسیدن و نقطه مزبوره نك مرسم  
شاقولیبی ف نقطه سیدن عبارت اولوب بوندن بشقه  
خط مستقیم اثر شاقولیبك مرسم افقیسی دخی ع اولدیغندن  
ع ع عهودی اقامه و ف ع خطی رسم اولند قد  
(ف ع ، ف ع) خطی خط مستقیم مطلوبدن عبارت اولور .  
ناتیباً مَسْ مرسم افقیسی لا مس اثرینك (شکل ۵۸)  
قسم مخرجنی قطع ایدرسه یه بوجه سابق عمل اولور .  
فالتاً مرسم معلوم لا مس اثرینه (شکل ۵۹) مواری  
ارلورسه خط مستقیم بر خط افقیدن (ماده ۵۶) عبارت  
بوله حقدن ع نقطه سندن (ط ه) موازی بر خط  
رسم اینك ایجاب ایدر .

رابعاً مرسم افقی (شکل ۶۰) ط ه خط زمینده  
موازی اولورسه ف ك مرسم شاقولیبی لا مس  
اثرینه (ماده ۳۶) موازی اولوق لازمکلور .

۶۰ . ایکیمی حال . مستوی خطین متقاطعین و یا خود  
خطین متوازیین واسطه سیله معلوم اولور .

خط مستقیم ب مَسْ مرسم شاقولیبك ماسوم اولدیغنی  
و مستوینك دخی ح نقطه سیده تقاطع ایدوب خطین  
مستقیم و اسطه سیله معین بولدیغنی فرض ایده لم .  
ب مرسمی واسطه سیله ب بولوب مَسْ واسطه سیله ده مَسْ

تعیین و ب ه خطی رسم اول نور . ب ه خط مستقیم  
نقاطندن ایکیسی مستوی معلوم داخلند بولنان خطین  
مستقیم اوزرنده بولند قلرندن خط مستقیم مذکور دخی  
مستوی مزبور اوزرنده اولمغه مطلوب حاصل اولور .  
۶۱ . تذهیات ۰ ۱۰ . خداین مستقیم معلومین بربرینه  
موازی اولور ایسه بنه عینی وجهله اجرای عمل  
اول نور .

۲۰ ( شکل ۶۱ ) ده اجرا فلنان عملیات ترسیمه  
ایله بوند نصره ( ماده ۶۳ ، ۱۵ ، ۸۳ ، الخ ) ماده لرنده  
متعقباً بیان اولنه جق اولان عملیاتدن مستبان  
اوله جفی وجهله مستوینک هر قنغی ایکی خط مستقیم  
واسطه سیله ارائه اولنسی اثر لری واسطه سیله ارائه  
ایدلمسنه نظر آ مسائلک طوغریدن طوغری به حلنی بعضکره  
تسهیل و تسریع ایدر و بناء علیه زیرده کی تنبیه بر قاعده  
مقامنده ذکر و اثبات اولنه بیلور .

۳۰ مستویلره متعلق اولان مسائلی حل ایتلک  
ایچون مستوینک اثر لری تعیین ایتککه فالقشمقندن ایسه  
مسائلی مذکوره بی اعطا اولنان معلومات واسطه سیله  
طوغریدن طوغری به حل ایتککه چالیشیق ده  
فائده لیدر .

#### مسئله

۶۲ . بر مستوی معلوم داخلنده مستوی افقیدن  
بر بعد معلومده بولنق اوزره بر خط افق رسم ایتک .  
بر خط افق بی ترکیب ایدن نقاطک کافه سی مستوی

افتقیدن ابعاد متساویه ده واقع اولوب خط مزبورك  
 مستوی افقی به اولان بعدی ایسه خط مذکور مرتسم  
 شاقولیسك خط زمینه اولان بعدینه مساویدر . بناء علیه  
 مقصدك حصولیچون ع ح ترتیبی بعد معلومه مساوی اولق  
 اوزره ع ح موازیسك رسمی لازمکاورکه بوحالده  
 بوندن اقدام (ماده ۵۸) ده بیان اولنان مسئله تحصیل  
 ایش اوله جفندن (لا ح) به موازی ع ح رسم اولنقله  
 مدلولوب حاصل اولور .

مستوی شاقولی به موازی برخط رسم ایتك : برجه  
 خطی یعنی مستوی شاقولی به موازی برخط رسم  
 ایتك ایچون بروجه سابق اجرای عمل اولنهرق ف ب  
 خطی بعد معلوم مساوی اولان ف و بعدنده اولق  
 اوزره خط زمینه موازی ترسیم اولنوب ف و دخی  
 لا من اثرینه موازی رسم اولنور .

۶۳. مستوی خطین مستقیم واسطه سیله معلوم اولدیغنه  
 نظراً مسئله بی حل ایتك .

مستوی افقی به بعد معلومه بولنق اوزره برخط  
 افقی رسم ایتك ایچون (شکل ۶۳) اولا بعد مذکوره  
 مساوی بر بعدده اولهرق بر ب و مرتسم شاقولیسکی  
 رسم اولنوب بعده ب و و مرتسم نقطه لری تعیین وب  
 و دخی ترسیم اولنور .

مستوی شاقولی به موازی برخط رسم ایچون دخی  
 بر و (شکل ۶۴) مرتسم افقیسی (ط ه) موازی  
 رسم و دخی وصل اولنور .

مسئله

۶۴ • بر مستوی ایله مستوی مذکور اوزرنده واقع بر نقطه نك مر تسماندن بری معلوم ایکن نقطه مزبور نك مر تسم دیگرینی تعیین ایتک •

بالفرض معلوم اولان مر تسم افقی نقطه سندن مستوی معلوم داخلنده بولان بر خط مستقیم مفروضك مر تسم افقیسی فرض واعتبار اولنق اوزره بر خط مستقیم رسم اولنوب خط مذکور مر تسم دیگری و بوجهته نقطه مفروضه نك مر تسم مجهولی تعیین اولنور •

مس ۵ مر مستویسی (شکل ۶۵) اثر لری واسطه سیله معین اولوب ۷ دخی نقطه مفروضه نك مر تسمی اولسون •  
ف ع مر تسم افقیسی کیف مایساء رسم و ف ع دخی تعیین اولند قدده حاصل اولان ف ح خط مستیمی مستوی مذکور داخلده (ماده ۵۴) بولند جغندن ۸ مر تسم شاقولیس ف ع ایله ۸ عمودیک نقطه تقاطعه بولنش اولنور •

بوخصوصده بر خط افقی و یا خود مستوی شاقولی به موازی بر خط دخی استعمال اوله یلوب ملا ب ۷ خطی لا مس اثرینه و ب ۸ دخی ط ه خط زمینه موازی رسم اولنور •

۶۵ • مستوی خطین مستقیم متقاطعین و یا خود متوازین واسطه سیله معلوم اولد یغنه نظراً مسئله بی حل ایتک •

بالفرض مستوی خطین متوازین واسطه سیله معلوم اولسون



ثانیاً (شکل ۷۰) ب نقطه سیله ح و خط مستقیم  
 و یا خود ح و و ب نقاط ثلثه سی معلوم اولور سه  
 ب نقطه سندن مرور ایله ح و و نقطه لرینک اوزرنده  
 بولند قری خط مستیمی قطع ایتک و یا خود خط مذکوره  
 موازی اولمق اوزره برخط مستقیم رسم اولنور  
 و بنا برین مسئله ینسه برنجی حاله توفیقاً حل ایدیلور .  
 تحقیق . ب و و نقطه لرندن برخط مستقیم امر ار  
 اولند قدیم خط مستقیم مذکورک اثر لری مستوی مرسوم  
 اثر لری اوزرنده بولنلیدر .

مسئله

۶۹. مستویین معلومینک فصل مشترک تعیین ایتک .  
 یی مستویینک فصل مشترک برخط مستقیم عبارت  
 اولد یغندن فصل مشترک مذکورک ایکی نقطه سنی و یا خود  
 بر نقطه سیله فصل مشترک استقامتی تعیین ایتک کفایت  
 ایدر ( ه . ماده - ۶۳ ) . مستویلر اثر لری واسطه سیله معلوم  
 ایسه لر فصل مشترک اثر لری تعیین ایدیلور و فصل مشترک  
 مزبورک اثر افقیسی مستویین معلومین اثر افقیلرینک  
 تقاطع نقطه سندن و اثر شاقولسی دخی اثر شاقولیرک  
 تقاطع نقطه سندن ( ماده ۵۴ ) عبارت اوله یغندن  
 مسئله اثر لری معلوم اولان خط مستقیم رسم  
 ایتک صورتنه منقلب اولور ( ماده ۵۲ ) .

فرضا ( شکل ۷۱ ) مستویین معلومین م و ک مستویلرندن  
 عبارت اولسونلر .

۷۰ مس و لا ک اثر لری ف نقطه سنده تقاطع  
 ایتدکلرندن نقطه مزبوره فصل مشترک اثر افقیسندن

عبارت اولور و ف عمودی بالتزیل و مرتسمیده  
تعیین اولور .

و کذا لا مس و لا کاً اثر لری واسطه سیله ده ع  
نقطه سی و بعده ع مرتسمی تعین اولوب و ع و ف ع  
وصل اولندوقده و ع خط مستقیم فصل مشترک معلوم بدن  
عبارت اولور .

۰۷۰ . تذهبات ۰ ۱۰ . ع اثر شاقولیی دائماً مستویین  
معلومین اثر شاقولیرینک فصل مشترکده بولندیغندن نقطه  
مذکورہ نك تعیینی ایچون حین حاجتده اثر مذکور لر تمید  
واخراج اولور . (شکل ۷۲) بو کیفیت و اثری حقند، عین  
وجهله جاریدر .

۰ ۲ . بربرینه موازی اولیان اوچ مستوینک عمومیت  
اوزره بر نقطه مشترک سی بولوب چونکه مذکور  
مستویلردن ایکسینک فصل مشترکی اکثریت اوزره اوچبی  
مستوی بی قطع ایدر و ایشته بونقطه اوچ مستوی اوزرنده ده  
بولور . ایدی ایکی مستوینک فصل مشترکنی تعین ایتک  
خصوصنده تصادف اولنان حالات خصوصیه متعدده ده  
اوچ مستوینک نقطه مشترک سنی تعیینه لزوم کورندیکندن  
بروجه آتی مسئله نك حلنه مسارعت اولور .

### مسئله

۰۷۱ . اوچ مستوینک فصل مشترکنی تعین ایتک  
بونک ایچون اوچ مستویدن برینک دیگر ایکی مستویدر  
یله فصل مشترکی تعین اولنور که اولوجهله تعین اولنان

ایکی فصل مشترک تقاطع نقطه سی از چنجی مستوی اوزرنده بولنش اولور .

فرضا (شکل ۷۳) س و کاً و عاً مستویلرینک فصل مشترکنی تعیین ایتک لازم کلدکده اولا س و کاً مستویلرینک وبعده س و عاً مستویلرینک فصل مشترکری تعیین اولوب اشو فصل مشترک تقاطع نقطه سی اولان (ح، د) نقطه سی اوج مستوینک نقطه مشترکه سندن عبارت اولور .

۷۲ . تذهبات ۱۰ . نقطه مشترکه سنک تعیینی مطلوب اولان اوج مستویدن برینک انتخابی ممکن اولورسه عملیات رسمیه یی الکی زیاده تسهیل اید، جک بر مستوی متوسطک انتخاب اولنسی ترجیح اولنور .

اکثر حالاتده بر مستوی افق ویا خود مستوی شاقولی به موازی اولان بر مستوی شرط مذکور موازی حاز اولوب بعضکرده ده بو خصوصده بر پروفیل مستویسی استعمال اولنور .

۲ . ایکی مستوینک فصل مشترکی اوچنجی مستوی به موازی اولورسه مستویلر بر برینه موازی اولان اوج خط مستقیم استقامتده ایکیشر ایکیشر تقاطع ایدرلر . برر ایدر

#### مسئله

۷۳ . بوجه آتی حالات خصوصیه به نظراً ایکی مستوینک فصل مشترکنی تعیین ایتک :

مستویین معلومینک عین اسمده اولان ایکی اثری موازی اولدیغنه نظراً فصل مشترک تعیینی .

بالفرض مستویین معلومینک اثر افیلری بر برینه موازی اولسونلر. بوحالده خطین متوازییندن مرورایدن ایکی مستویینک فصل مشترکی:خی ( ۰۰ ماده - ۳۸۲ ) مذکور خطین متوازیینه موازی اوله جفتدن مستویین معلومینک فصل مشترکی مذکور اثرلره موازی اولوب بوجهته برخط افقیدن عبارت اولور. بوصورنده فصل مشترک استقامتی معلوم اولدیغندن یالکز بر نقطه سنک تعیینی حصول مقصده کافی اولوب حالبوکه فصل مشترک مذکور بر خط افقیدن عبارت بولندیغندن اثر شا قولیسینک تعیین ایدلسی اقتضا ایدر.

مثلا ( شکل ۷۴ ) لا مس ولا کا اثر افیلری بر برینه موازی اولان مس و کا مستویلرینک فصل مشترکی تعین ایتک لازمکده مذکور مستویلرک اثر شا قوایلری کع نقطه سنده تقاطع ایتدکلرندن نقطه مذکوره فصل مشترک اثر شا قولیسندن عبارت اولغله کع عمودی بعد انتریل عر خطی لا مس اثرینه و کع دخی طو خط زمینیه موازی رسم اولنق لارم کلور. ( کع ، کع ) خط مستقیم مس و کا مستویلرینک فصل مشترک مطلوبندن عبارت بولور.

۷۴. کیف ما اتفاق واقع اولان بر مستوی ایله بر مستوی افتینک فصل مشترک تعیینی.

هر بر مستوی افقی کیف ما اتفاق بر مستوی بی بر خط افقی ( ماده ۵۷ ) استقامتده قطع اید، جکندن فصل مشترک یالکز بر نقطه سنی تعیین ایتک و کیف ما اتفاق واقع اولان مستوی معلومک بر خط افقیسنی رسم ایتک ایجاب ایدر.

مثلا ( شکل ۷۵ ) مس لا مس مستویسی کیف مایشا بر مستویدن و مس دخی مستوی افقی معلومک اثر شا قولیسندن

عبارت بولنسه ع نقطه سی فصل مشترک اثر شاقولیدی  
اولوب اثر مذکورک مرتسم افقیسی تحصیل ایتک ایچون ع  
عمودینی تزیل ایتک ایجاب ایدرکه لاس اثرینه موازی  
ع ب رسم اولندقد (ع ب ع ب) خط مستقیم فصل مشترک  
مطلوبدن عبارت اولور.

تنبیه . مستوی شاقولییه موازی اولان هر بر مستوی  
بر مستوی معلومی بر جبهه خطی استقامتده قطع ایدر (ماده  
۵۸ . تنبیه) . ارتسام مستوی شاقولیسنه موازی اولان  
مستوییه بعضی جبهه مستویسی نامی ویریلور .  
۷۵ . عینی اسمده اولان ایکی اثرک لوحه ارتسام  
حدودی داخلنده تقاطع ایدرکرینه نظراً فصل مشترک  
تعیینی .

بر برینی قطع ایدن اثرلر واسطه سیله فصل مشترک اثرلرندن  
بررسی معلوم اوله جغندن فصل مشترک مذکورک استقامتی  
ویا خود نقاطندن برینی تعیین ایتک حصول مقصده کفایت  
ایدر .

فصل مشترک استقامتی تعیین ایتک ایچون مستویین  
معلومیندن برینی دیگرینه موازی بر مستوی ایله قطع ایتک  
لازمکلورکه برنجی مستوی ایله مستوی متوسط بیننده مشترک  
اولان خط مستقیم فصل مشترک مطلوبه موازی اولور .  
زیرا مستویین متوازیینک مستوی آخره فصل مشترکاری  
دخی (ع ۱۰، ماده - ۳۸۳) بر برلرینه موازیدرلر .

مثلاً م و کاً مستویین معلومینک (شکل ۷۶) لاس  
ولا کاً اثر افقیلرینک و تقاطع نقطه سی فصل مشترک اثر افقیسندن  
عبارت اولوب و ف عمودی واسطه سیله ده اثر مذکورک

ف مرتسم شاقولیسى تعیین اولنور . کأ مستویسنه موازى  
عأ مستویء متوسطى رسم اولندقدہ اشبوایکی مستوی  
(ح ب ، ح ک) خط مستقیمى استقامتندہ تقاطع ایلد کلمندن  
ح ب یه موازى ف ع و ح ک نه موازى ف ع رسم  
اولنق ایجاب ایدرکه بووجهله حاصل اولان (وع ، ف ع)  
خط مستقیمى مَس و کأ مستویلرینک فصل مشترکندن عبارت  
اولور .

تنبیه . مستویء متوسط مقامندہ اوله رق بر مستویء افق  
استعمال اولنور سه مسئلہ نك حلی زیاده سیله تسهیل ایدیلور .  
۷۶ . مستویین معلومینک اثر لری لوحهء ارتسام  
حدودى داخلندہ تقاطع ایتدک رینه نظراً فصل مشترک تعیینی .  
مستویین معلومیندن هر برینى لوحهء ارتسام حدودى  
داخلندہ قطع ایدن بر مستویء متوسط اعانه سیله فصل مشترک  
مطلوبك بر نقطه سى ( ماده ۷۱ ) معلوم اوله جغی کبی دیگر  
بر مستویء متوسط اعانه سیله فصل مشترک مذکورك دیگر  
بر نقطه سى دهها تعیین اولنور .

مثلاً ( شکل ۷۷ ) مَس و کأ مستویلرینک فصل مشترکنى  
تعیین ایتک ایچون مستویء افق یه موازى مستویلر استعمال اید، لم .  
عأ مستویسى مَس مستویسنی (ح ب ، ح ک) خط  
افقیسى استقامتندہ و کذا کأ مستویسى سخی (ه ف ، ف ه)  
خط افقیسى استقامتندہ قطع ایلدیکندن (ب ، ک) نقطه سنى  
مستویین معلومینک فصل مشترکندہ متعلق بر نقطه دن عبارت  
اوله جغی کبی دیگر بر مستویء افقء متوسط اعانه سیله فصل  
مشترک مزبورك (ک ، ه) نقطه سى تعیین اولنه جغندن  
گ گ خط مستقیمى فصل مشترک مطلوبدن عبارت اولور .

تنبیه • زبرده بر قاچ حال خصوصی دها ذکر و اتیان  
ایده جکر که مذکور حال خصوصیلره بوندن اقدم بیان ایتش  
اولدیزمز حالات خصوصیه دن دها از تصادف اولنور •

### مسئله

بر وجه آتی حال خصوصیلره نظراً ایکی مستوینک فصل  
مشترکی تعیین ایتک مطلوبدر :  
۷۷ • مستوین معلومین خط زمینه موازی اولدقلرینه  
نظراً فصل مشترک تعیینی •

مستوین مذکورین بر خط مستقیم موازی اولدقلری  
جهتله مذکور مستویلرک فصل مشترکی دخی ( ه ۰ ، ماده - ۳۸۲ )  
خط مستقیم مزبور موازی اولوب بنابرین فصل مشترک  
مذکورک یالکز بر نقطه سنی تعیین ایتک کفایت ایدر •  
وجه اول • کیف ما اتفاق واقع اولان عا لا کا  
مستویسی ( شکل ۷۸ ) مستوی متوسط مقامنده اخذ  
اولنه بیلور •

مستوی مذکور مس و مس مستویسی ح ت خط مستقیم  
استقامتنده و کا و کا مستویسی دخی ت و استقامتنده  
قطع ایدر •

مذکور ایکی خط مستقیم بینده مشترک اولان ( ه ۰ ه )  
نقطه سی فصل مشترک مطلوبه متعلق بر نقطه دن عبارت اولغله  
نقطه مذکور دن ط نه مواری ( ه ص ۰ ه ص )  
رسم اولنق لازمکاور •

تنبیه • لوحه ارتسامده کا اثر ایتیمی مس ایله طه  
بینده واقع اولوب اگر کا اثریده طه ایله مس بینده

بولنسیدی ھُ ئس فصل مشترکی ایکجی و یا خود دردنجی  
مستوین زاویه سنده واقع اولوردی . تعیین قلمش اولان  
رُت و گُ خط مستقیم بر برینه موازی اولیدیلر  
مستوین معلومینک دخی بر برینه موازی اولدقلری  
اکلاشیلوردی .

۷۸ . وجه ثانی . پروفیل مستویسنک صورت استعماله  
دائر بر مثال اعطا ایتک ضمنده مستوی متوسط مقامنده  
بر پروفیل مستویسی اخذ ایدلم .

مثلاً مستوی متوسطک اثر لری ( شکل ۷۹ ) حم ک دن  
عبارت اولسون .

مستوی مذکور مس و س مستویسنی ح و ب نقطه لرنده  
قطع ایدوب بو پروفیل مستویسنک مستوی شاقولی به دور  
و تطبیقنده ح نقطه سی ح نقطه سنه کلکله ح خط مستیمی  
مس و س ایله حم و ک مستوی لری فصل مشترکنک دور و تطبیق اولور .  
و کذا ح خط مستیمی دخی کا و ک ایله حم ک  
مستوی لری فصل مشترکنک دور و تطبیق اولدیغندن ح نقطه سی  
هر ایکی فصل مشترک اوزرنده بولنوب مرتسملری دخی ھ ھ  
نقطه لرندن عبارت بولنورلر .

۷۹ . مستوین معلومیندن بریسی کیف ما اتفاق واقع  
اولوب دیگر ایسه خط زمیندن مرور ایلدیکنه و اشبو  
مستوینک بر نقطه سی معلوم اولدیغنه نظراً فصل مشترک تعیین .  
کیف ما اتفاق واقع اولان مستوی اثر لریک خط زمینی  
قطع ایتدیکلری نقطه فصل مشترک مطلوب اوزرنده  
بولنه جغندن بر مستوی متوسط استعماله فصل مشترک مذکورک  
دیگر بر نقطه سنی تعیین ایتک کفایت ایدر .



مثلاً مس لا مس مستویسیله (شکل ۸۰) ط د خط  
مینندن و (د' ک) نقطه معلومه سندن مرور ایدن مستوینک  
صل مشترکنی تعیین ایتک ایچون بعد مجردده بولنان د' نقطه سندن  
مستوی افقی امرار اولندقدده مستوی مذکور ط د خط  
میننه موازی اوله جفندن (ط د' د' ک) مستویسی خط زمینه  
وازی (ه ۰۰ ماده - ۳۷۹) اولان (د' د' ک' د) خط مستقی  
استقامتده قطع ایدر.

اثرشاقو لیبی د' ک اولان مستوی متوسط مس لا دس  
ستویسی (ب' د' ک) خط افقیسی استقامتده قطع  
یده جکندن (د' ک) نقطه سی مستوین معلومینک ایکیبی  
وزرنده بولنده جفی کبی لا نقطه سی دخی مستوین مز بورینده  
شترک اولغله لا د' ولا د' وصل اولندقدده فصل مشترک مطلوب  
عین قلنش اولور.

۸۰. مستوین معلومینک اثر لری خط زمین اوزرنده  
رافع بر نقطه ده تلاقی ایتدک لرینه نظراً فصل مشترک تعیینی.  
مستوین معلومین د' و کاً مستویلرندن عبارت اولسونر  
(شکل ۸۱).

م نقطه سی فصل مشترک اوزرنده واقع اولدیفندن  
بر مستوی افقی متوسط مستوین مذکور پندن هر برنی  
بر خط افقی استقامتده قطع ایدرک مذکور خط  
افقیلر دخی (د' د' ک) نقطه سنده تقاطع ایلیه جکندن (م د' ،  
م د' ) خط مستقی فصل مشترک مطلوبدن عبارت اولور.  
تنبیه ۰ (۷۹ و ۸۰) ماده لرنده سبقت ایدن مسئله لک  
بر پروفیل مستویسی واسطه سیله حل اولنملری دخی اول درجده ده  
مهورلتاید.

۸۱. مستویین معلومیندن هر بریک اثر لری بر خط

مستقیم استقامتده بولندقلرینه نظراً فصل مشترک تعیینی .  
 بوصورتده، مستویین مذکورینک کرک اثر شاقولیلری  
 وکرک اثر افیلری بر نقطه ده تقاطع ایده جکلرندن لوحه  
 ارتسامده فصل مشترک اثر شاقولیسى اثر افقیسنه منطبق  
 اولور . وبنابرین ایکی نقطه تصور و ملاحظه ایدرک نقطه  
 مذکوریتندن هر بریک ایکنجی مرتسمی اراءه ایتک  
 اقتضا ایدر .

مثلاً (شکل ۸۲) مس لا مس وکالا کاً مستویلرینک  
 فصل مشترکنى تعیین ایتک لازمکده مستویین مذکورینک  
 اثر شاقولیلری ع نقطه سنده تقاطع ایتدکلرندن مذکور ع  
 نقطه سی فصل مشترک اثر شاقولیسندن و نقطه مذکوره نک  
 مرتسم افقیسی دخی خط زمین اوزرنده واقع ع نقطه سندن  
 عبارت اولور .

لا مس وکالا اثر افیلری و نقطه سنده تقاطع ایتکله  
 نقطه مذکوره فصل مشترک اثر افقیسی اولوب نقطه  
 مزبوره نک مرتسم شاقولیسى دخی ف اوله جفندن (ف، ف)  
 نقطه سی مستوی افقینک قسم مؤخری اوزرنده بولنور .

فصل مشترک مطلوبک (ف، ف) و (ع، ع) اثر لری  
 ط خط زمینده عمود اولان بر خط مستقیم اوزرنده  
 بولندقلرندن فصل مشترک مذکورک خط زمینده عمود بر مستوی  
 داخلنده بولندیغی مستبان اولور .

۸۲. تنبیهات . ۱. اثر لری یلینده بولنان (ع، ع) قسمی  
 قسمی ایکنجی مستویین زاویه سنده و (ع، ع) قسمی ایسه  
 بر بچی مستویین زاویه سنده واقعدر .

۰۲. پروفیل مستویسی مستوی<sup>۱</sup> شاقولی اوزرینه  
تطبیق اولنورسه فصل مشترک دوروتطبیق<sup>۲</sup> ع<sup>۳</sup> گ<sup>۴</sup> اولور.  
و م<sup>۵</sup> ع<sup>۶</sup> = م<sup>۷</sup> گ<sup>۸</sup> اولدیغی شکله کوریلور.

۰۸۳. مستوین معلومیدن<sup>۱</sup> هربری خطین متوازین  
ویا خود خطین متقاطعین واسطه سیله ویرلش اولدقرینه  
نظراً فصل مشترک تعیینی.

بو حالده مستویلردن هر برینک اثرینی (ماده ۶۸) تعیین  
ایدرك اشبو مسئله بی بوندن اقدام کورمش اولدیغیز حالات  
خصوصیه دن برینه قلب وارجاع ایتک ممکن ایه ده برمستوی<sup>۲</sup>  
افقی ایله داخلنده واقع هر قنغی ایکی خط مستقیم معلوم اولان  
مستوینک فصل مشترکنی تعیین ایتک پک سهولتی اولدیغندن  
اعطا اولنان معلومات واسطه سیله مسئله نك طوغریدن  
طوغری به حل ایلمسی ترجیح اولنور.

برینک داخلنده بولنان (شکل ۸۳) ه<sup>۱</sup> ص<sup>۲</sup> و گ<sup>۳</sup> خطین  
متوازیینی و دیگرینک دخی ینه اوزرنده بولنان گ<sup>۴</sup> و د<sup>۵</sup>  
خطین متقاطعینی معلوم اولان ایکی مستوینک فصل مشترکنی  
تعیین ایتک ایچون مستوین مذکورین مس<sup>۶</sup> مستوی<sup>۷</sup> افقی سیله  
قطع اولندقدن مزبور مستویلردن هربری اشبو مستوی<sup>۸</sup>  
افقی ایله بر گ<sup>۹</sup> و یا خود گ<sup>۱۰</sup> خط افقیسی استقامتده اوله رق  
تقاطع ایدوب د<sup>۱۱</sup> و ب<sup>۱۲</sup> مرتسم افقیلری دخی م  
نقطه سنده بر برینی قطع ایدیک م<sup>۱۳</sup> نقطه سنده تعیینه مدار  
اولور لکه بو وجهله تعیین ایدن م<sup>۱۴</sup> نقطه سی فصل مشترک  
اوزرنده بولنور. و بر ایکنجی کاً مستوی<sup>۱۵</sup> متوسطی ایا نه سیله

۵، ۶ (م ۵) فصل مشترك مطلوبك ديكر بر ۵ نقطه سيده  
اولنور .

### دعوى

۸۴ . بر خط مستقيم بر مستوى ايله تقاطع نقطه سنى  
تعيين ايتك .

خط مستقيم معلومدن بر مستوى پکیريلوب اشبو مستوى ايله  
مستوى معلومك فصل مشتركى تعيين اولنور كه فصل مشترك  
مذكورك خط مستقيم معلوم ايله تقاطع نقطه سى نقطه  
مطلوبه دن عبارتدر .

۸۵ . مستوى مفروضك اثرلى واسطه سيله معلوم  
و خط مستقيم كيف ما اتفاق واقع اولديغنه نظراً تقاطع  
نقطه سنى تعيين .

خط مستقيم مستوى افقى به متعلق اولان مستوى راسمى  
مستوى متوسطه مقامنده استعمال اولنوبيلور .  
خط مستقيم معلوم (۶، ۷) و مستوى مفروض دخی  
مس لا مس اولسون .

(شکل ۸۴) خط مستقيم مرتسم افقيسى رسم  
ايدن مستوى قى مستويسنه عمود اولديغندن (ماده ۷۳)  
اثر افقيسى ۷، ۸ اولوب اثر شاقوليسى ايسه خط  
زمينه عمود اولان ۷، ۸ دن عبارت اولور . مستوى  
مذكور مس لا مس مستويسى (۷، ۸) خط مستقيمى  
استقامنده قطع ايدوب اشبو مستقيم دخی (۶، ۷) خط  
مستقيم معلومى ايله (۶، ۷) نقطه سنده (ماده ۲۸) تقاطع

ابتدیکندن ک نقطه سی نقطه مذلوله دن عبارت اولور .  
 ۸۶ . تنبیه . خط مستقیم معلومك مستویء رسمی مستویء  
 متوسطه مقامنده احذ اولمغه عملیات رسمیه اک زیاده تسهیل  
 اولنور ایسه ده ( دَک ، فَع ) مرتسملری غایت کوچک  
 برزاویه تختنده بر برینی قطع ابتدکاری صورتده ک نقطه سی  
 لایقوله تعیین اولنه میه جغندن بو محذوردن اجتناباً دَک خط  
 مستقیم معلومندن ( ماده ۶۶ ) کیف ما اتفاق مستوی امرار  
 اولنور . مع هذا مستویء مذکور مستویء رسم واسطه سیله  
 استحصال اولنان نتیجه نك صحتی تحقیق ضمنده استعمال  
 اولنه یلور .

۸۷ . خط مستقیم معلوم ارتسام مستویلرندن برینه  
 عمود اولدیغنه نظراً تقاطع نقطه سنك تعیینی .  
 عمود معلوم ( دَک ، حَک ) ومستویء مفروض دخی  
 مس لا مس اولسون ( شکل ۸۵ ) .

مستویء متوسطه مقامنده لا مس اثرینه موازی بر مستوی  
 استعمال اولنور ایسه مستویء مذکور مستویء معلومی ع  
 خط افقیسی استقامتنده قطع ایدر . زیرا ح ع و لا مس  
 خطین موازی یئندن مرور ایدن مستویلر ( ماده ۷۰ ، ماده ۳۸۲ )  
 لا مس اثرینه موازی اولان بر خط مستقیم استقامتنده تقاطع  
 ایدر ل .

بناءً علیه ( دَک ، حَک ) نقطه سی ( دَک ، حَک ) عمودینك مس  
 مستویسنی قطع ابتدکی نقطه دن عبارت اولور .  
 تنبیه . عملیاتده مسئله مذکوره د مرتسمندن مس  
 مستویسنك بر خط افقیسی امرار اولنور . و بو واسطه ایله د  
 تعیین اولنور طرزنده افاده اولنور .

۸۸ . مستوی مفروض داخلنده واقع ایکی خط مستقیم واسطه سیله معلوم اولدیغنه نظراً تقاطع نقطه سنک تعیینی .  
مثلاً ( شکل ۸۸ ) د گ ت مستوی سیله م و خط مستقیم تقاطع نقطه سنی تعیین ایتک لازم کلدکده خط مستقیم مذکورک مستوی افقی اوزرنده کی مرتسمی رسم ایدن مستوی مستوی معلومی مرتسم افقیسی م و اولان بر خط مستقیم استقامتده قطع ایده جکندن م واسطه سیله م و واسطه سیله ده نقطه لری تعیین اولنور و بوحالده مستوی معلومی ( م و ، م ک ) خط مستیمی استقامتده قطع ایتش بولنور . لکن عین مستوی شاقولی داخلنده بولنان گ و و م و خط مستیملری ( ص ، ص ) نقطه سنده تقاطع ایتد کلرندن گ و خط مستیمی د گ ت مستویسی گس نقطه سنده قطع ایدر .

## فصل ثانی

خطوط مستقیمه و سطوح مستویه نك بر برینه  
نسبه وضعیملری

مبحث اولی — بر برینه موازی اولان خطوط مستقیمه  
و سطوح مستویه

۸۹ . دماوی مکرره . اولاً بر برینه موازی اولان ایکی خط مستقیم هر قنقی بر مستوی اوزرنده کی مرتسمی دخی بر برینه موازی اولورلر ( ماده ۲۹ ) .

ثانياً خطين مستقيمنك عين اسمده اولان هر تسلمرى موازى  
اولورلر ايسه خطين مذكورين دخی بربرينه موازى  
اولورلر (ماده ۳۰) .

ثالثاً برخط مستقيم بر مستوى داخلنده واقع ديكر برخط  
مستقيم موازى اولورلر ايسه مستوى مذكوره دخی موازى  
اولورلر (ماده ۳۸۱) .

### دعوى

۹۰ . مستويين متوازينك هر قنغى برار تسام مستويى  
اوزرنده كى اثرلى بربرينه موازى اولورلر .  
زیرا مستويين متوازينك ديكر بر مستوى ايله فصل مشتركلى  
دخی بربرينه (ماده ۳۸۳) موازيدرلر .

### دعوى

۹۱ . مستويين معلوميندن هر برينك اثرلى خط زمينى  
قطع ايدر و مذکور مستويلرك اثر اقيقلى بربرينه و اثر  
شاقوليلرى دخی بربرينه موازى اولورلر ايسه مستويين  
مزبورين بربرينه موازى اولورلر .

مثلاً (شكل ۸۷) مس لا مس و كالا كلاً مستويلرندن  
هر برينك اثرلى طه اوزرنده واقع بر نقطهده تقاطع  
ايتدكلى حالده مس و كالا اثرلى بربرينه و مس و كالا  
اثرلى دخی يكدیكرينه موازى اولورلر ايسه مذکور  
مستويلر دخی بربرينه موازى اولورلر .

• زیرا مستوى شاقولى وضعيت اصليه سنه كتوريلورسه  
بعد مجرده ايكي زاويه تشكىل ايدر كه اشوزاويه لك لا مس  
ولا كالا ضلعلى بربرينه ولا مس ولا كالا ضلعلى دخی

یکدیگرینه موازی اولسد قلرندن مذکور زاویه لردن؛ مرور  
ایدن مستویلدخی (۰، ۵، ماده-۳۹۱) بر برینه موازی اولورلر.  
۰۹۲. تنبیه. مستوین مذکوریندن هر بر لرینک  
اثرلی خط زمینه موازی اولور رایسه شکاک تفتیش  
اولنسیله بر شیبی<sup>۱</sup> اکلا شبله مز. چونکه اول حالدده مذکور  
مستویلر بر برینه موازی اوله بیله جکری کبی غیر موازیده  
اوله بیلورلر.

مستوین مز بورینک موازی اولملر یچون ط خط  
زمیننی قطع ایتک اوزره رسم اولنان مستوینک مستوین  
مذکورین ایله حاصل ایده جکی فصل مشترک لک بر برینه موازی  
اولملری کفایت ایدر.

#### مسئله

۰۹۳. بر نقطه معلومه دن بر خط مستقیم معلومه موازی  
بر خط مستقیم آخر رسم ایتک.

رسمی مطلوب اولان خط مستقیم ایله خط مستقیم معلومک  
مرسم اقبیلری بر برینه و مرسم شاقولیلری دخی بر برینه  
(ماده ۳۰) موازی اوله جقلرندن نقطه معلومه مرسم لرینک  
هر برندن خط مستقیم معلومک عین اسمده اولان مرسمده  
موازی بر خط مستقیم رسم اولنسی اقتضا ایدر.

مثلا (شکل ۸۸) (۰، ۴) نقطه معلومه سندن (ح ب  
، ح ب) خط مستقیم معلومه موازی بر خط مستقیم آخر  
رسم ایتک ایچون ۴ مرسمدن خط مستقیم معلومک ح ب  
مرسمه موازی ۴ خط مستقیمی و ک دن دخی ح ب نه  
موازی ک نه خط مستقیمی رسم اولندقدده حاصل اولان نه ۴  
خط مستقیمی خط مستقیم مطلوبدن عبارت اولور.



مسئله

٩٤. بر نقطه معلومه در مستوی معلومه موازی بر خط مستقیم رسم ایتمک.

بر خط مستقیم بر مستوی به موازی اولیچون خط مستقیم مذکور مستوی مزبور اوزرنده بولنان بر خط مستقیم موازی بولنسی کفایت ایدر. بناء علیه مستوی معلوم داخلنده بولنق اوزره کیف ما اتفاق بر خط مستقیم اخذ ونقطه معلومه در خط مستقیم مذکور موازی بر خط مستقیم دیگر رسم ایتمک لازم کلور.

مستوی معلوم داخلنده اخذ اولنان خط مستقیم کیف ما اتفاق اولدیغندن اشو مسئله غیر محدود در.

فرضا (شکل ۸۹) (ح، د) نقطه سندن مس لا مس مستوی معلومه موازی بر خط مستقیم رسم ایتمک ایچون مس مستویسی داخلنده کیف ما اتفاق گ خط مستیمی رسم اولنوب د نقطه معلومه سندن خط مذکور موازی ح ک خط مستیمی رسم اولندقه اشو خط مستقیم مستوی معلومه موازی اولغله مطلوب حاصل ارلور.

تنبیه. د نقطه سندن مس مستویسنه موازی رسم اولنان خطوط مستقیمه ک محل هندسیسی مس لا مس مستویسنه موازی اولان بر مستویدن عبارت اولور.

٩٥. بر نقطه معلومه در مستوی معلومه موازی بر خط افقی رسم ایتمک.

بر مستوینک خط افقیسنک مرتبمی مستوی مذکورک عین اسمده بولنان اثرینه موازی اولور (ماده ۳۷). بنا برین مستوی معلومه موازی بر خط افقی رسم ایتمک ایچون نقطه

رسمه‌دن مرور ایتک و مرتسم افقیسی مستوی معلومک اثر  
سنه موازی اونق اوزره برخط افقی رسم ایتک کفایت ایدر.  
مثلا ( ۶، ۷ ) نقطه سندن ( شکل ۹۰ ) مس لا مس  
تویسنه موازی برخط مستقیم رسم ایتک ایچون ۶ ب  
نسبی لا مس اثرینه و ۷ ب مرتسمی دخی ط ه خط  
بنه موازی رسم ایتک لازمکلور.  
و کذا ۷ که مرتسمی لا مس اثرینه و ۶ ب دخی خط زمینه  
ازی رسم اولور ایسه ۷ که خط مستقیم دخی مستوی  
قولی به موازی اولمش اولور.

مسئله

۱  
۲

۹۶. بر نقطه معلومه‌دن برخط مستقیم موازی بر مستوی  
سم ایتک ( غیر محدود مسئله )

بونک ایچون نقطه معلومه‌دن خط مستقیم معلومه موازی  
خط مستقیم آخر رسم ایتک لازم کلور که خط مستقیم  
کوردن مرور ایدن مستویلردن هربری مستوی مطلوبه  
افق اولور . زیرا برخط مستقیم معلومه موازی برخط  
ستیمی حاوی اولان مستوی مذکور خط مستقیم معلومه  
ازی اولور ( ماده ۳۷۶ ) .

مثلا ( شکل ۹۱ ) که نقطه سندن ۷ ب خط مستقیمه  
ازی بر مستوی رسم ایتک ایچون مذکور ۷ نقطه سندن  
۶ ب ، ۷ ب ( خط مستقیم معلومه موازی ( ۷ ع ، ۶ ع )  
خط مستقیم رسم ایتک و ط ه اوزرند، واقع هر قغی بر لا  
طه سیله و و ع اثرلی بیلرینی وصل ایتک لازم کلور

تنبیه. (وع، وع) خط مستقیمدن امرار اولنده بیلان  
 نامتناهی عددده، مستویار میانده مستوی افقی به عمود اولان  
 وع وع مستویسیله مستوی شاقولی به عمود اولان وع وع  
 مستویسنی وع وع نقطه لرندن ط ط خط زمیننه موازی  
 برر خط رسم اولغسیله خط زمیننه موازی اولق اوزره  
 تحصیلیدن مستوی بی تحقیق و تمیز ایتک ایجاب ایدر. *سوریه*

### مسئله

۹۷. بر نقطه معلومه دن بر مستوی معلومه موازی  
 مستوی آخر رسم ایتک.

بر برینه موازی اولان مستویلرک عین اسمده بولنان اثر لری  
 (ماده، ۹۱) بر برینه موازی اولدقلرندن مقصدک حصولی  
 ایچون مستوی مطلوبک اثر لری اوزرنده واقع یالکز  
 نقطه نك تعیین ککافی اولوب بونک ایچون دخی مستوی  
 طلبوبه موازی بر خط افقی استعمال اولنده بیلور.

مثلاً (شکل ۹۲) (۶، ۶) نقطه سندن مس لا مس  
 مستویسنه موازی بر مستوی آخر رسم ایتک ایچون مذکور  
 (۶، ۶) نقطه سندن مس مستویسنه موازی (ع، ع) وع وع  
 خط افقیسی (ماده، ۹۵) رسم اولدقدنصره ع دن لا مس  
 اثرینه موازی لا ع کک خط مستقیمی ولا کک اثرینه ده  
 موازی لا مس خط مستقیمی رسم اولور.

### مسئله

۹۸. بر نقطه معلومه دن بر مستوی داخلنده واقع اولیلان  
 خطین مستقیمه موازی بر مستوی رسم ایتک.

بونك ايچون نقطه معلومه دن خطين مستقيم معلومينه موازى ايكي خط مستقيم رسم اولور . وبوجمله تعيين قلنان مذكور خط مستقيمدرن امرار اولانان مستوى خطين مستقيم معلوميدن هر برينه موازى اولور ( ماده ۹۶ ) .

مثلا ( شكل ۹۳ ) گه نقطه سندن گ و ك خطين مستقيمنه موازى بر مستوى رسم ايتك ايچون گ و گ ه خط مستقيمرى بالاده بيان اولنديغى وجهله رسم اولور كه مذكور خط مستقيمدرن مرور ايدن مستوى مطلوب اولان مستويدين عبارت اولور .

#### مسئله

۹۹ . بر خط مستقيم معلومدن مرور ايتك وديكر بر خط مستقيم معلومه موازى اولق اوزره بر مستوى رسم ايتك .

بونك ايچون رنجى خط مستقيم هر قفى بر نقطه سندن ايكنجى خط مستقيه ( ماده ۹۳ ) بر موازى رسم ايتك وبوجمله تحصل ايدن خطين متقاطعيندن ( ماده ۹۸ ) بر مستوى مرور ايتدبر مك اقتضا ايدركه مستوى مذكور ايكنجى خط مستقيه موازى بر خط مستقيمى حاوى اولديغندن مذكور ايكنجى خط مستقيم معلومه موازى اولور .

مثلا ( شكل ۹۴ ) گ و ك خط مستقيمندن مرور ايله گ و ك خط مستقيه موازى اولق اوزره بر مستوى امرار ايتك ايچون گ و ك اوزرنده واقع گ نقطه سندن گ و ك خط مستقيمى رسم اولندقدن مس لا س مستوى معلومدن عبارت اولور .

بحث ثانی - بر برينه عمود اولان خطوط مستقيه

### دعوی

۱۰۰ • بر خط مستقیم بر مستوی به عمود اولور ایسه  
خط مستقیم مذکور ک هر قنغی بر مستوی معلوم اوزرنده کی  
مر تسمی مستوی معلوم مذکور ک ارتسام مستویسی اوزرنده کی  
اثرینه عمود اولور\*.

مثلاً (شکل ۹۵) حَرَّه خط مستیمی کأ مستویسنه  
عمود اولسه خط مستقیم مذکور ک هر قنغی قی ارتسام مستویسی  
اوزرنده کی حَصَّه مر تسمی مذکور کأ مستویسنک حَصَّه  
اثرینه عمود اولور.

زیرا حَصَّه مستوی راسمی مستوی افقی ایله کأ  
مستویسنه عمود اولان حَرَّه حَصَّه خط مستیملرندن مرور  
ایتدیکندن (هـ، ماده ۴۰۰) مذکور مستویله و بناءً علیه  
اشبو مستویله حَصَّه فصل مشترکنه دخی عمود اولور.  
حَصَّه مستویسنه عمود اولان حَصَّه فصل مشترکیده  
موقع عمودندن مرور ایدن حَصَّه مر تسمیه عمود اولغله  
مطلوب ثابت اولور.

تنبیه • مس لا حَصَّه مستویسنه عمود اولان (ح، حَرَّه)  
خط مستقیمک لوحه ارتسامده مر تسملی مستوی مزبور  
اثرینه متناظراً عمود اوله رق او ۲ زاویه لری قائمه اولورلر.

### عکس دعوی

۱۰۱ • بر خط مستقیم مر تسملی اثر لری بر برینی قطع  
ایدن بر مستوینک اثر لینه متناظراً عمود اولور لر ایسه خط مستقیم  
مذکور مستوی مفروضه عمود اولور.

---

\* اشبو دهوائک ابائی ح نقطه سی مر تسمنک ح ح اثر بنک اوزرنده بولمسنه  
جهت تعلقی • قدر •

مثلاً (شکل ۹۶) که خط مستقیمک من مرسمی کا مستویسنگ فی مستوی افقیسیله حاصل ایندیگی، اثرینه عمود اولور ایسه خط مستقیم مذکور کا مستویسنه عمود اولور.

زیرا خط مستقیم معلومک مرسم افقیسنی رسم ایدن که من مستوی راسمی، اثرینه عمود اولان من مرسمیله ک دین مرور ایندیکندن مذکور، اثرینه و بوجهله کاً مستویسنه (ه، ماده ۴۰۰) عمود اولدیغی کبی خط مستقیم معلومک مرسم شاقولیسنی رسم ایدن مستوی راسم دخی اولوجهله کاً مستویسنه عمود اولدیغندن اشبو ایکی مستوی راسمک فصل مشترکی یعنی ک خط مستقیم معلومی دخی (ه، ماده ۴۰۵) مزبور کاً مستویسنه عمود اولغله مطلوب ثابت اولور.

#### مسئله

۱۰۲. بر نقطه معلومه دن بر مستوی معلومه بر عمود تنزیل ایتک.

بر خط مستقیمک مرسمی اثرلری بر برینی قطع ایدن بر مستویک اثرلینه متناظراً عمود اولورلر ایسه خط مستقیم مذکور مستوی مزبوره (ماده ۱۰۱) عمود اوله جقلرندن مطلوبک حصولیچون نقطه معلومه نک مرسملرندن مستویک اثرلری اوزرینه متناظراً عمودلر تنزیل ایتک ایجاب ایدر.

مثلاً (شکل ۹۷) که نقطه سندن من مستویسنه بر عمود تنزیل ایتک ایچون مرسملرندن لا مس اثرینه ج عمودی و کذا مرسملرندن لا مس اثرینه دخی ک عمودی تنزیل

ایدلده ( ح ، حَک ) خط مستقیم عمود مطلوب بدن عبارت اولور .

تنبیه . ( ب ، ک ) نقطه سی عمود مر سومک لا مستویسی قطع ابتدکی نقطه بدن عبارتدر .

### مسئله

۱۰۳ . بر نقطه معلومه بدن بر خط مستقیم معلومه عموداً بر مستوی رسم ایتمک .

مستوی مطلوبک بشته بر واسطه به مراجعت ایتمکسزین بر خطا فتمیسی تعیین اولنه بیلور . چونکه خط افقی مذکور ک نقطه معلومه بدن مرورایله مر رسم افقیسک خط مستقیم معلوم مر رسم انقیسنه عمود اولسی کفایت ایدر .

مثلاً ( شکل ۹۸ ) ( ه ، ه ) نقطه معلومه سندن ( ح ، حَک ) خط مستقیمه عموداً بر مستوی رسم ایتمک ایچون ه مر تسنندن ح به ه عمودی بالتزیل ه نی دخی ط خط زمینه موازی رسم ایدرک و بعده ه نقطه سندن حَک مر تسننه عموداً لا مس خط مستیمی و ب مر تسننده عموداً لا مس خط مستیمی رسم اولنق لازم کاورکه بوجهته تحدت ایدن مس لا مس مستویسی ( ح ، حَک ) خط مستقیم معلومنه عمود اولور .

چونکه مستوی مذکورک اثر لری خط مستقیم معلومک ار لینه متناظراً عمود اولوب بونکله برار مستوی مذکور ک نقطه سندن مرور ایدن بر خط مستیمی حاوی اولدیغندن نقطه مذکوره دن مرور ایتمکله رسمی مطلوب اولان مستویدن عبارت اولور .

مسئله

۱۰۴ بر نقطه معلومه دن بر مستوی معلومه عموداً  
بر مستوی رسم ایتک . ( غیر محدود مسئله )  
بر مستویك مستوی آخره عمود اولسیچون  
مستوی آخر مذکور عمود اولان بر خط مستقیم حاوی اولسی  
( هـ ماده - ۴۰۰ ) کافی اولدیغدن نقطه مفروضه دن مستوی  
معلومه بر عمودك تنزیل ایدلسی لازم کور که عمود مذکور دن  
امرار اولنان هر قنغی بر مستوی مستوی معلومه عمود اولور .  
مثلاً ( شکل ۹۹ ) ن نقطه سندن مس مستوی معلومه  
عموداً بر مستوی رسم ایتک ایچون مر تسمندن لا مس اثرینه  
عموداً بـ وـ مر تسمندن دخی لا مس اثرینه عموداً بـ  
رسم وطه اوزرنده واقع هر قنغی بر لا نقطه سیله بـ وـ  
اثر لری بیلری وصل اولنور که اولوجهله تحدت ایدن کالاکا  
مستویسی مستوی مطلوب بدن عبارت اولور .

تبیه . نقطه معلومه دن مطلوبه موافق اولمق اوزره  
چکور یله بیلان نامتناهی عددده مستویلر میاننده مستوی  
افقی یه عمود اولان بـ نه مستویسیله مستوی شاقولی یه  
عمود اولان بـ نه مستویسی فرق وتمیز ایتک ایجاب  
ایدور . سر : فـ

مسئله

مستوی

۱۰۵ بر نقطه معلومه دن مستویین معلومینه عموداً  
بر مستوی رسم ایتک .  
وجه اول . نقطه معلومه دن مستویین معلومینك فصل  
مشرکنه عموداً بر مستوی رسم اولنور که مستوی مذکور



(هـ، ماده - ۴۰) مقتضای سنجیده مستویین مذکورینه عموماً

اولش اولور.

وجه ثانی. نقطه معلومه دین مستویین معلومینک هر برینه  
عموداً برر خط مستقیم رسم اولنور که خطین مذکوریندن  
مرو رایدن مستوی (هـ، ماده - ۴۰۰) مستویین معلومیندن  
هر برینه عموماً اولور.

وجه اوله توفیقاً عملیات ترسیمه نك صورت اجرایی  
بر وجه اتی بیان اولنور.

شویله که (شکل ۱۰۰) گ نقطه معلومه دین و مس ایله  
کأ دخی مستویین معلومیندن عبارت اولسونلر.

مستویین معلومینک (ع، ف، ع) فصل مشترکینی  
بعدالتعین (ح، ح) نقطه معلومه سندن مرو رایتک و مستوی  
مطلوب اوزرنده بولنغله برابر مستوی شاقولی به موازی  
اولق اوزره بر خط مستقیم رسم ایدلم. بونک اچون ح ک  
مرسمی و ک نه عموماً و ح دخی ط ه خط زیننه  
متوازیاً رسم اولنق ایجاب ایدر.

گ خط مستقیمینک ب اثرندن ب، مرسمه عموماً  
لی کا خط مستیمی و ف و مرسمه ده عموماً لی کا خط  
مستیمی رسم اولندقدن عالی کا مستویسی ف و فصل مشترکینه  
عمود اوله جفی کبی مستویین معلومینه دخی عموماً اولور.  
تنبیه. بوجه زید بیان اولنان حال خصوصی کثرت  
اوزره مستعملدر.

۱۰۶. بر نقطه معلومه دین مستوی افقیله بر مستوی

معلومه عموماً اولق اوزره بر مستوی رسم ایتک.  
مستوی مطلوب مستوی افقی به عموماً اوله چغندن

داخلنده مرسوم اولان كافة اشكالك مرتسم اقيلى اثر  
افقيسى اوزرنده بولوب بناءً عليه نقطه معلومه نك مرتسم  
افقيسندن مستوى معلومك اثر افقيسندن برعمودك رسمى  
لازم كاؤر .

مثلاً ( شكل ۱۰۱ ) ك نقطه سياله نك مستويى معلوم  
ايكن بالاده بيان اولديغى اوزره بر مستوى رسم ايتك لازم  
كلدكده مرتسمندن لا مس ارينه عموداً لا كا ولا  
نقطه سندن ط خط زمينه عموداً لا كا رسم اولوركه  
اولوجهله تحدث ايدن كا لا كا مستويى مستوى معلومندن  
عبارت اولور .

في الحقيقة لا كا اري ط نه عمود اولديغندن  
مستوى مذكور مستوى افقى يه ( ماده ۳۸ ) عمود  
اولديغى كى ( ح ، ك ) نقطه سنى دخى حاوى اولوب بوندن بشقه  
مذكور كا مستويى مس لا مس مستويى اوزرنده  
بولنان لا مس خط مستقيم عمود اولديغندن ( ه ، ۰ ) ماده -  
۴۰۴ ) اشبو مستوى يه دخى عمود اولور . سر ( يه نر -

#### مسئله

۱۰۷ . بر خط مستقيم معلومدن مرور ايتك و بر مستوى  
معلومه عمود اولق اوزره بر مستوى رسم ايتك .  
بولك ايچون خط مستقيم معلومك هر قننى بر نقطه سندن  
مستوى معلوم اوزرينه برعمود تنزيل ايتك واشبو عمود ايله  
خط مستقيم معلومدن بر مستوى امرار ايتك ايچاب ايدر كه  
مستوى مذكور مستوى معلومه عمود اولق . خط مستقيم

حاوی اولدیغندن (ماده ۴۰۰ — ۴۰۰) مزبور مستوی معلومه عمود اولور .

مثلاً (شکل ۱۰۲) خط مستقیم معلوم و مس دخی مستوی مفروض اولدیغنه نظراً بالاده بیان اولندیغی اوزره بر مستوی رسم ایتک ایچون خط مستقیم مذکور (ن، نه) نقطه سی اخذ و (ن، ف، نه، ف) خط مستیمی دخی (ماده ۱۰۲) مس لا مس مستویسنه عموداً رسم اولندقده مستوی مطلوب ن، نه، نه، ف خطین متقاطعی واسطه سیله معین اولمش اولور .

اگر مستوی مذکور اثر لینی رسم ایتک مراد ایدیلورسه ح و ف اثر اقبیلری بینله ک و ع اثر شاقولیلری بینی وصل ایدیلورکه ق و ک خطلرینک ط و اوزرنده واقع بر لا نقطه سنده تقاطع ایللری لازمکلور .

بحث ثالث — خطوط مستقیمه نك مقدار حقیقیلری .

### دعوی

۱۰۸ . ارتسام مستویلرندن برینه موازی اولان هر قغی بر شکل مستوی نك مستوی مزبور اوزرنده کی مرئسی کندی طول حقیقیسنه مساوی اولور .

• خطوط مستقیمه نك طول حقیقیلرینه متعلق مسائل دور و تطبیق ابله تدویر بحثربته عائد ایلر . مسائل مزبور اولدرجه ده فائده لیدرکه حاده تدقیقندن بکورملرینک تأخیر ایدلسی باعث تشویش اوله جغی کی دور و تطبیق ابله تدویر بحثربنک نظریات مکمللرینه وقوف و اطلاع حاصل ایتکه حاجت قالمیسنرین حاللری میسر اوله جق درجه ده مختصر و سهولتی اولدقلرندن و حاصلی مسائل مذکوره نك اکثر یسبده مزبور بحثربه متعلق دعاوی نك اثباتی ایچون الزم بولندقلرندن بوراده ذکر ایدللی مناسب کورلمشدر .

مثلاً (شکل ۱۰۳)  $\alpha$  و  $\beta$  شکل مستویبی قیارتسام  
مستویسنه موازی اولورسه شکل مذکور  $\alpha$  و  $\beta$  به  
مرئسمی کندی طول حقیقیسنه مساوی اولور .

زیرا  $\alpha$  و  $\beta$  خط راستلری عین مستوی به  
عمود اولدقلرندن بربرلینه موازی اولوب مذکور خط  
راستلر بر منشور  $\alpha$  ضلع مجسملری کی تصوراتنه بیلورلرکه منشور  
مذکور بربرینه موازی اولان  $\alpha$  و  $\beta$  به  
قاعدہ لری بالطبع بربرینه مساوی اولورلر .

۱۰۹ . تبیه . بر مستوی به موازی اولان بر خط مستقیم  
ستوی مذکور اوزرنده کی مرئسمی کندی طول حقیقیسنه  
ساویدر .

زیرا  $\alpha$  و  $\beta$  (شکل ۱۰۴) شکلی بر مستطیل  
ولدیفنندن  $\alpha = \beta$  در .

### دعوی

۱۱۰ . بر خط مستقیم محدود ارتفاعی خط مذکور  
رسمندن وقاعدیتی دخی خط مزبور نهایت نقطه لرینک  
طراستلرندن عبارت اولان بر شبه منحرف قائمک دردنجی  
نلمیدر .

زیرا  $\alpha$  و  $\beta$  خط راستلری (شکل ۱۰۵) بربرینه  
وازی اولدقلری کی  $\alpha$  به ده عمود اولدقلرندن  $\alpha$  و  
خط مستقیم محدودینک  $\alpha$  و  $\beta$  شبه منحرف قائمک دردنجی  
نلمی اولدیفنی مفهوم اولور .

۱۱۱ . بر خط مستقیم محدود زاویه قائمه سک محیدانندن

بری خط مذکورک مرتسمندن و دیگرى دخی خط مذکور نهایت نقطه لرینک ترتیبلری پینده اولان فضلدن عبارت اولان بر مثلث قائم الزاویه نك وتر قائمه سیدر .

زیرا  $\alpha = \beta$  موازیسی رسم اولندقدہ  $\alpha = \beta$  و  $\alpha = \beta$  اولدینی کوریلور .

۱۱۲ . بناءً علیه بر خط مستقیم طول حقیقیسی تعیین ایتک ایچون :

(ب) یا شبه منحرفی  $\alpha$  خط مستقیمک مرتسملندن برى اطرافنده دور ایتکله ارتسام مستویلرندن برى اوزرینه تطبیق ایتک .

(ب) یا خود زاویه قائمه سنک محیطانندن برى خط مستقیمک مرتسمندن و دیگرى دخی ترتیبلر پینده کی فضلدن عبارت اولق اوزره بر مثلث قائم الزاویه رسم ایتک .

(ب) و یا خود شبه منحرفی  $\alpha$  و یا  $\beta$  خط راستلرندن برى اطرافنده دور ایتکله ارتسام مستویلرندن برینه موازی قیلق کی وسائطدن برینک استعمال اولنسی کفایت ایدر .

### دعوی

۱۱۳ . بر زاویه قائمه نك محیطانندن بریسی بر مستوییه موازی اولور ایسه زاویه مذکور نك مستوی مزبور اوزرنده کی مرتسمی کندی مقدار حقیقیسنه مساوی اولور .

مثلا ( شکل ۱۰۶ )  $\alpha$  و  $\beta$  خط مستقیملری بر برینه عمود و  $\alpha$  خط مستیمی دخی  $\beta$  ارتسام مستویسنه موازی اولور ایسه  $\alpha$  خط مستیمک مرتسمی اولان  $\beta$  خطی  $\alpha$  مرتسمه عمود اولور .

زیرا که  $\alpha$  خط راستی ایل  $\alpha$  خط مستقیم  $\alpha$  خط  
مستقیم عمود اولدقنرندن بونلر دن مرور ایدن  $\alpha$  نه  
مستویسی دخی  $\alpha$  خط مستقیمه و بوجهته اکا موازی اولان  
 $\alpha$  مرتسمه عمود اولوب بناءً علیه  $\alpha$  خط مستقیم  
مذکور  $\alpha$  نه مستویسنه عمود او اخله مستوی مزبور  
اوزرنده کی موقع عمودندن مرور ایدن  $\alpha$  نه خط مستقیمه  
عمود اولور .

### عکس دهوی

۱۱۴ . محیطانندن برینه موازی اولان بر مستوی  
اوزرنده بر زاریه قائمه محیطانک مرتسلی بر رینه عمود  
اولور لایسه زاویه مزبوره بر زاویه قائمدهن عبارت اولور .

۱۱۵ . تنبهاث . بر خط مستقیم ایل  $\alpha$  بر خط افینک مرتسم  
افقیری بر بر رینه عمود اولور لایسه خط مستقیم مذکور  
خط افقیه عمود اولور .

مثلا ( شکل ۱۰۷ )  $\alpha$  نه زاویه سی قائمه اولور لایسه  
(  $\alpha$  نه ) خط مستقیم (  $\alpha$  نه ) خط افقیسنه  
عمود اولور .

۱۱۶ . بر خط مستقیم ایل  $\alpha$  توی شاقولییه موازی  
اولان بر خطک مرتسم شاقولییری بر بر رینه عمود اولور  
ایسه خطین مذکورین خارجده دخی بر بر رینه عمود  
اولور .

### مسئله

۱۱۷ . بر خط مستقیم محدودک ایکی نهایت نقطه لرینک  
مرتسلی معلوم ایکن خط مستقیم مذکورک طول حقیقیسنی  
تعیین ایتک .

خط مستقیم مذکور را تسام مستوی لرندن هر برینه نظراً ارتفاعی  
خط مذکور کمرک مرتسم متناظرندن وقاعدیتی دخی ایکی نهایت  
نقطه سنک خط راس لرندن عبارت بولنان برشبه منحرف قائمک  
دردنجی ضلعی (ماده ۱۱۰) اولوب بوجهته شبهه منحرف  
مذکورک اوج ضلعی معلوم اولدیغندن شبهه منحرف مزبور  
بالتزمین دردنجی ضلعی تعیین اولنور.

مثلاً (شکل ۱۰۸) مرتسمی (ح، ح) (ح، ح) اولان  
ح خط مستقیم محدودی واسطه سیله مستوی افقی به نظراً  
تشکیل ایدن شبهه منحرف قائمک ارتفاعی ح اولوب قاعدیتی  
دخی ح و ح خط راس لرندن عبارتدرلر.

وجه اول . طول حقیقی مطلوبی تعیین ایتک ایچون  
شبهه منحرف قائم بالفرض ح اطرافنده دورایتدیریلرک  
مستوی افقی از رینه تطبیق اولنور و بونک ایچون ح و ح  
عمودلری متناظرأ ح و ح ترتیدلرینه مساوی اخذ  
ایدیلورکه ح طولی بعد مجردده کائن ح خط مستقیمک  
طول حقیقیسندن عبارت اولور.

۱۱۸. تذهبات ۱۰۰. برخط مستقیم بر مستوی ایله  
تشکیل ابتدکی زاویه خط مستقیم مذکورک مستوی مزبور  
اوزرندکی مرتسمیله احداث ایلدیکی زاویه دن (ماده ۱۰۰)  
۴۱۰) عبارت اولوب بوجهته م زاویه سنه مساوی اولان  
ح ح زاویه سی خط مستقیمک مستوی افقی ایله تشکیل ایلدیکی  
زاویه دن عبارتدر\*

---

\* زوایا ایچون ابروجه بر فصل تخصیص قلمش اسده (ماده ۱۸۳ و متعاقبی)  
خطوط مستقیمک طول حقیقیلری تعیین ایلدیکی سرده نتایج محصله ک کافی  
ارائه واشعار ایتک خصوصی مناسب وفائده لی کورلمشدر.

۰۲ ارتفاعی  $\dot{ح}$  ک دن و فاعدینی  $\dot{ه}$  و ب و مسافه لرندن عبارت اولوق اوزره مستوی شاقولی اوزرنده بر شبه منحرف قائم رسم و انشا اولنمبله ده خط مستقیم طول حقیقیسی تعیین اولنمیلور .

۰۳ هندسه رسمیده حساباته نادرأ مراجعت اولنوب انجق  $\dot{چ}$  خط مستقیم طولی ل ایله ارئه اولندقدن طول مزبور  $\dot{ك} ل = \sqrt{(\dot{ه} - \dot{ح})^2 + (\dot{ب} - \dot{ه})^2}$  و  $\dot{ل} = \sqrt{(\dot{ح} - \dot{ه})^2 + (\dot{ب} - \dot{ه})^2}$  معادله لیه حساب اولنمبله جکی بالسهوله اکلشیلور .

۰۱۱۹ . وجه ثانی . طول حقیقی مذکوری تعیین ایتک ایچون زاویه قائمه سنک محطبانندن بری خط مستقیم مرسمندن و دیگری دخی ایکی نهایت نقطه لرینک ترتیلری بیننده کی فضلدن عبارت اولوق اوزره بر مثلث قائم الزاویه انشا اولنمیلور ( ماده ۱۱۱ و ۱۱۲ ب ) .

بونک ایچون  $\dot{ك}$  نقطه سندن ط ه نه موازی اولوق اوزره  $\dot{ك}$  که رسم و  $\dot{ح}$  مرسمی اوزرینه اقامه اولنان عمود اوزرنده  $\dot{چ} = \dot{ح}$  که قطع اولنور . و  $\dot{ه}$  و تر قائمه سی خط مستقیم طول حقیقیسندن عبارت اولور .

تنبیه .  $\dot{چ}$  عمودینک رسمندن اجتناب ایتک ضمنده که نقطه سندن اعتبارأ  $\dot{ح}$  مرسمنه مساوی که  $\dot{چ}$  طولی اخذ اولندقدن  $\dot{ح}$   $\dot{چ}$  طولی طول مطلوبدن عبارت اولور .

۰۱۲۰ . وجه ثالث . برخط مستقیم موازی اولان بر مستوی اوزرنده خط مذکور  $\dot{ك}$  مرسمی کنندی طول حقیقیسنه مساوی ( ماده ۱۰۹ ) اولدیغندن شبه منحرف



مفروضك ارتسام، مستویلرندن برینه وبالغرض مستوی<sup>۱</sup>  
شا قولى به موازى قلمسى مقصدك حصولنه كذايت ايدر .  
• مثلاً (شكل ۱۱۰) (ح' ح' ك) خط مستقيمك

اولوجهله طولنى تعيين ايتك ايچون شبه منحرف مفروض  
هـ ك خط راسمى اطرافنده دور ايتدير يلور كه بواشاده  
(ب' ك) نقطه سى محور اوزرنده بولنق حسييله ثابت  
قالور . و ح' مرئسى طه نه موازى بر خط اوزرنده  
ب' محله كلوب مرئسم مذكور ك' نهايتى ح' قوسى رسم  
ايدر . وبعد مجردء كا ئن ح' نقطه سىك ترتيبى ايسه تبدل ايتر .  
بناءً عليه ح' نقطه سى ح' موازيسى اوزرنده واقع ح' محله  
كه جكندن ك' طولى طول مطلوبدن عبارت اولور .

۱۲۱. تزيهات . ۱۰. ح' خط مستقيمى (شكل ۱۱۱) مستوی<sup>۱</sup>  
افقى به ده موازى قلمه يلور كه اولخالده خط مذكور (ح' ب' ك)  
خط مستقيمندن عبارت اولور .

۲. طه خط زمينه موازى رسم اولسان ب' خط  
مستقيمله ب' خط مستقيمى بيننده تحدت ايدن هـ ب' زاويه سى  
خط مستقيم مفروضك مستوی<sup>۱</sup> شا قولى ايله تشكيل ايتدىكى  
زاويه دن عبارتدر . سر ا ب' قـ

مسئله

۱۲۲. بر خط مستقيم اوزرنده كا ئن بر نقطه دن اعتباراً  
بر ل طول معلومه مساوى بر طول اخذ ايتك .

بونك ايچون خط مستقيمى ارتسام مستویلرندن برينه  
تطبيق ايله نقطه معلومه دن طول معلومه مساوى بر طول اخذ  
ايتك و طول مذكور نهايتك مرئسلىرىنى تعيين ايتك اقتضا ايدر .

مثلاً (شکل ۱۱۲) (ب، ح) خط مستقیمی اوزرنده  
 کائن (ح، ب) مبدأندن ل طولنه مساوی بر طول اخذ ایتک  
 ایچون اول امرده ج، ب خط مستقیمک طول حقیقیسنی تعیین  
 ایدر جه سنه اجرای عمل (ماده ۶۹) اولوب بعده ج نقطه سندن  
 اعتباراً ل طولنه مساوی ج، ب طولی اخذ اولور که ب  
 نقطه سنک مرتسم افقیسی و مرتسم شاقولیسی که اولور.  
 ۱۲۳. تنبیه. بر خط مستقیمک مرتسمی خط مذکور ایله  
 متناسباً تقسیم اولور لر.

چونکه  $\frac{ج}{ب} = \frac{ج}{ب} = \frac{ج}{ب}$  اولوب بوتقدیرده بر خط مستقیم  
 مرتسمینک منتصف نقطه لری خط مستقیم مذکور منتصف  
 نقطه سنک مرتسملندن عبارت اولور لر.

#### مسئله

۱۲۴. بر نقطه نك بر مستوی یه اولان بعدی تعیین  
 ایتک.

بر نقطه نك بر مستوی یه اولان بعدی نقطه مذکوره دن  
 مستوی مزبور اوزرینه تنزیل و مستوی مذکور واسطه سیله  
 تحدید اولنان عمودك طول حقیقیسندن عبارتدر (ه، ماده—  
 ۳۷۱).

بناءً علیه نقطه مفروضه دن مستوی معلوم اوزرینه  
 بر عمود تنزیل ایله اشوع عمودك مستوی بی قطع ایتدیکی نقطه بی  
 تعیین ایتک و مستوی معلوم واسطه سیله تحدید قلمش اولان  
 طولنی نخری ایتک ایجاب ایدر.

مثلاً (شکل ۱۱۳) (ح، ح) نقطه سنک مَس مستویسنه  
اولان بعدینی تعیین ایتک لازم کلدکده گ نقطه سندن مستوی  
مذکور اوزرینه گ عمودی (ماده ۶۳) تنزیل اولنوب  
ه، ه مستوی رسمی واسطه سیه عمود مذکورک مستوی  
معلومی قطع ابتدیکی نقطه (ماده ۸۴) تعیین اولنوجنی مثللو  
گ خط مستقیمک ب طول حقیقیسی دخی خط مستقیم  
مذکور مستوی شاقولی به موازی (ماده ۷۱) قلندر ق  
تعیین اولنور.

### مسئله

۱۲۵. مستویین متوازیین بیننده کی بعد اقصری تعیین  
ایتک.

مستویین متوازییندن بریسی اوزرنده واقع هر قنخی  
بر نقطه نک مستوی دیگره اولان بعدینی تحری ایتک  
حصول مقصده کفایت ایدرکه بوجمله اشبو مسئله بوندن  
اقدامکی مسئله به ارجاع قلنش اولور.

مثلاً (شکل ۱۱۴) مس لا مَس وکالا کأ مستویین  
متوازیینی بیننده کی بعد اقصری تعیین ایتک لازم کلدکده  
بروجه بالا لا نقطه سی انتخاب اولنور ایسه مَس مستویسنک  
بر نقطه سنی تعیین ایتک ضمننده عملیات ترسیمیه حاجت  
قالیه جفندن مذکور لا نقطه سندن کأ مستویسی اوزرینه  
(لا، لا) عمودی تنزیل و عمود مزبورک مستوی  
مذکوری قطع ابتدیکی (ه، ه) نقطه سی ایله لا، طول  
حقیقیسی تعیین اولنور.

تنبیه. مس لا مَس مستویسنه موازی اولق و مستوی

مذکور دن بر طول معلومه مساوی بر بعدده بولنق اوزره  
بر مستویك رسمی مطلوب اوله بیلور.

بونك ایچون لا نقطه سندن مس لا مس مستویسی  
اوزرینه ( ۴۷، ۴۸ ) عمودی بالتزیل لا، بعدی ل  
طول معلومه مساوی اولق شرطیله بر ( ۴، ۵ ) نقطه سی  
تعیین اولوب هر دو ازلندن لا، ولا، مرتسملرینه مناظرأ  
عمود اولق اوزره ایکی خط مستقیم رسم اولنور.

### مسئله

۱۲۶. بر نقطه معلومه نك بر خط مستقیم افقی یه اولان  
بعدی تعیین ایتك.

بر خط افقی معلومه عمود اولان بر خط مستقیم مرتسم  
افقیسی خط افقی مذکورك مرتسم افقیسینه ( ماده ۱۱۵ )  
عمود اولور. بناءً علیه عمود مذکور طوغریدن طوغری یه  
رسم اولنه بیلوب بعده نقطه معلومه ایله عمود مزبورك خط  
افقی بی قطع ایتدیکی نقطه بپنده کی بعد تعیین اولنور.

مثلاً ( شکل ۱۱۵ ) گ نقطه سیله گ ک خط افقیسی  
بپنده کی بعدی تعیین ایتك ایچون ح ب عمودی تنزیل و ک  
نقطه سی تعیین ایدلك لازم کلور که ( ح ب، ک ب ) خط  
مستیمی خط مطلوبدن عبارت اولوب طول حقیقیسی دخی  
ح ب اولغله نقطه معلومه نك گ ک خط مستقیم اولان بعدی  
تعیین قلمش اولور.

تنبیه. خط مستقیم معلوم مستوی شاقولی یه موازی  
اولدینی تقدیرده دخی مسئله اصول سابقه یه موافق طرزده  
حل اولنور.

چونکه خط مستقیم مطلوبك مرتسم شاقولیسى ( ماده ۱۱۶ ) جهه خطك مرتسم شاقولیسنه عود اولق لازمكاوره .

### مسئله

۱۲۷ . بر نقطه نك هر قنغى بر خط مستقیمه اولان بعدینى تعیین ایتك .

خط مستقیم کیف ما اتفاق واقع اولدینى تقدیرده عمودك استقامتى ( ماده ۱۱۳ ، ۱۱۴ ) معین اوله میه جغندن نقطه معلومدن خط مستقیم معلومه عمود بر مستوی رسم اولنوب نقطه مذکوره ایله خط مستقیمك مستوی بی قطع ابتدیکى نقطه نك یلنى وصل اولور .

فرضا ( د ، ن ، ک ) خطى خط معلومدن ( شکل ۱۱۶ ) و ( د ، ک ) نقطه سى دخی نقطه معلومدن عبارت بولسونلر . ( د ، ک ) نقطه سندن ک مرتسمی ن ، نه عمود اولق اوزره مستوی شاقولیه موازى د ف خط مستقیمى رسم اولدقدن صکره مس لاس مستویسى دخی ن ، خط مستقیمه عموداً ( ماده ۶۴ ) رسم اولنهرق ( د ، ک ) نقطه سیله خط مستقیمك مستوی بی قطع ابتدیکى نقطه یلنى وصل اولنور که ( ب ، د ، ک ) خط مستقیمى خط مطلوبدن و ( ماده ۱۲۰ ) ب دخی خط مذکورك طول حقیقیسندن عبارت اولور .

۱۲۸ . تنبیه . ن ، خط مستقیمه عمود اولان مس لاس مستویسنى تعیین ایتك ایچون خط متوسط مقامنده بر خط افقى استعمال اولنهیله جکی مثللو مستوی شاقولیه موازى اولان د ف خط مستقیمى دخی قوللانیله یلور .

اشبوتنبیه مسئله مذکورہ یہ مشابہ اولان مسائلک کافہ سی  
حقندہ جاریدر .

مسئله

۱۲۹ . خطین مستقیمین بینندہ کی بعد اقصری تعیین  
ایتمک .

هندسہ عادیہ دہ ( ۵۰ ، مادہ - ۱۱ ) بوخصوص ایچون  
بروجہ آتی عملیات ترسیمہ ذکر و بیان اولنشد . شویله کہ  
( شکل ۱۱۷ ) خطین مستقیمین برینک ہرقغی برگ  
نقطہ سندن ایکجی خط مستقیمہ موازی گہ خط مستقیمہ  
رسم اولندقدہ گہ و یا خود مس مستویسی گہ خط  
مستقیمہ موازی اولور .

خط مذکورک ہرقغی برگ نقطہ سندن مستوی مزبور  
اوزرینہ برگ عمودی تنزیل اولنوب گ موقع عمودندن  
دخی گ نہ موازی ف و خطی و و نقطہ سندن دخی گ نہ  
موازی و م خطی رسم اولندقدہ و م خط مستقیمہ خطین  
مستقیمین مذکورین بینندہ عمود مشترک اولمغلہ بینلرندہ کی  
ابعادک اقصری اولور .

بروجہ بالا ذکر ایتدیکمز عمایات مختلفہ هندسیہ نک  
هندسہ رسمہ قواعدینہ تطبیقاً اجراسی حصول مقصدہ  
کفایت ایدر .

لوحة ارتسام ( شکل ۱۱۸ ) ( ب ، ۷ ، ب ، ۶ )  
و ( ۵ ، ۴ ، ۳ ، ۲ ) خطری خطین مستقیمین معلومیندن عبارت  
اولسونلر .

اشبوخطلردن برینک ہرقغی ( ۵ ، ۴ ) نقطہ سندن  
( ب ، ۶ ، ب ، ۷ ) خطنہ موازی اولق اوزرہ ( ۵ ، ۴ ، ۳ ، ۲ )

خط مستقیمی رسم اولنوب (ن ۴، قه ۴) و (ن ۵، قه ۵) خط مستقیمینی حاوی اولان مستوی تعیین اولنور. بعده (ب، ک) نقطه‌سندن مَس مستویسی اوزرینه (ماده ۶۳) (ب ص، ک ص) عمودی تنزیل اولنوب عمود مذکورک مستوی بی قطع ایتدیکی (ص، ک ص) نقطه‌سی تحری ابدیلور. واشبو (ص، ک ص) نقطه‌سندن (ب ۶، ک ۶) خطنه موازی (ص و، ک و) خط مستقیمی رسم اولنور که خط مستقیم مذکورک ترسملرینک (ن ۴، قه ۴) خطنک ترسملرینی طه نه عمود اولان عین خط مستقیم اوزرنده واقع و و ه نقطه لرنده قطع ایتلری لازم کلمکله (و ۵، قه ۵) نقطه‌سندن (ب ص، ک ص) نه موازی (وم، و م) خط مستقیمی رسم اولندقه خط مستقیم مذکور خطین مستقیمین معلومین بیننده عمود مشترک اوله جغی مثللو طول حقیقیسی دخی مستوی افقیه موازی قلمقله تحصیل اولنور. بدراجه نر —

۱۳۰. حال خصوصی خطین مستقیمیندن بری ارتسام مستویلرندن برینه عمود اولور.

خط مستقیملردن بریسی ارتسام مستویلرندن برینه عمود اولور ایسه عملیات ترسییه بک زیاده سهولت کسب ایده جکی مثللو عمود مذکور برخط مستقیمک تدویرینی اجرا خصوصنده دخی استعمال اولنور.

مثلا (شکل ۱۱۹) هر قنخی بر (ن ۴، قه ۴) خط مستقیمیه مستوی افقیه عمود اولان (ب ۶، ک ۶) خط مستقیمی بیننده کی بعد اقصری تعیین ایتک مطلوب اولسون.

مذکور ایکی خط مستقیم بیننده کی عمود مشترک (ب ۶، ک ۶) خط شاقولنه عمود اولق حبسیله برخط افقیدن عبارت بولنق

لازمکلوب بوجهتله خط مذکورک مرتسم افقیسی دیگر خط  
مستقیم معلومک مرتسم افقیسنه (ماده ۱۱۵) عمود اولوق  
اقتضا ایده جکندن ۷ نقطه سندن ۷ اوزرینه ۷ م عمودی  
تنزیل اولند قده م موقع عمودی واسطه سیله م دخی تعیین  
اولنور ۷ م دن ط ۷ نه موازی اولوق اوزره م ۷  
رسم اولند قده (م ۷ م ۷ ح) خط مستقیم خطین مستقیمین  
معلومین بینده عمود مشترک اولوش اولور ۷

(م ۷ م ۷ ح) خطی برخط افق اولوب مرتسم افقیسی  
کندی طول حقیقیسنه مساوی اولدیغندن عمود مشترک طول  
حقیقیسی دخی ۷ م دن عبارت اولور (ماده ۱۰۹) ۷

## دوینجی فصل

### اصول مختلفه

۱۳۱. مقدمه ۷ مسائل مختلفه نک غایت سهولتله حل  
اولنور بعض حالات خصوصیه سی واردر ۷ از جمله (ماده  
۱۲۴) برنقطه نک بر مستوی به اولان بعدینی تعیین ایتک  
و (ماده ۱۲۷) ارتسام مستوی لرینه نظراً کیف ما اتفاق  
بر وضعیتده بولنان برخط مستقیم اوزرینه برنقطه دن عمود  
تنزیل ایتک ایچون عملیات متوسطه به مراجعت ایتک اقتضا  
ایدوب حالبوکه برنقطه نک بر مستوی شاقولی به اولان بعدی  
طوغریدن طوغری به تعیین اولنه بیلدیکی کبی برخط افق  
اوزرینه نقطه مزبوره دن ینده طوغریدن طوغری به  
برعمود تنزیل اولنه ییلور ۷



بنابرین معلومات ابتدائیہ ہی عملیات ترسیمہ نك سهولت  
نسب ایتسانی موجب اولان یکی ارتسام مستویلی اوزرینه  
قل اتمك ویا خود معلومات مذکورہ نك قدیم ارتسام  
ستویلرینه نظراً وضعیتلرینی تعدیل اتمك فائدهلی و بعضاً  
ازم اولوب انجق هر حالده خصوصات مذکورہ نتایج  
مطلوبه یه دها سهولتله دسترس اولق مقصیده اجرا ایدلملیدر.  
بویابده باشلوجه اوج اصول استعمال اولوب برنجیسی  
ارتسام مستویلرینك تبدیلی ایکنجی تدویر اصولی و اوچنجیسی  
دخی دور تطبیق اصولیدر.

### بحث اولی — ارتسام مستویلرینك تبدیلی اصول

۱۳۲. مستوی شاقولینك تبدیلی. فصل مشترکری  
(شکل ۱۲۰) گ<sup>۱</sup> اولق اوزره لی ولی مثلثو ایکی  
مستوی شاقولی تصور ایدلم. بعد مجردده واقع گ<sup>۲</sup> نقطه سنك  
قی ولی مستویلرینه نظراً مرتسملری د و<sup>۱</sup> ولی ولی مستویلرینه  
نسبه<sup>۲</sup> مرتسملری د و<sup>۲</sup> اولوب انجق م<sup>۱</sup> و ل<sup>۱</sup> خط  
مستقیملرندن هر بری گ<sup>۲</sup> ترینه مساوی اولدیغندن م<sup>۲</sup> =  
ل<sup>۲</sup> اولوب بوجهتله مستوی شاقوللردن هر برینك دور  
و تطبیق ایدلسیله ل<sup>۲</sup> عمودی م<sup>۲</sup> نه مساوی اولق اوزره  
برلوحه ارتسام تحصیل ایدر.

تنبیه. مستوی شاقولینك وضعیتی ندن عبارت بولنورسه  
بولنسون ارتسام مستوی افقیسی تبدیل اولندقجه بر نقطه  
معلومه ترتینك طولی تحول ایل

۱۳۳. مرتسملرک وضعیتی . لوحه ارتسامک قرائت و مطالعه سنی تسهیل ایچون خط زمین جدید کطه حرفلریله ارائه اولنوب مذکور حرفلر اول وجهله وضع و تحریر اولنورلرکه عادت و وجهله صاغدن صوله طوغری اوقونورکن مستوی شاقولی جدیدک قسم فوقانیسی خط زمینک فوقنده بولنسون .

ه نقطه سنک یکی مرتسم شاقولیسى ح ایله ارائه ایدیلور .  
برنجی مثال . د و ه نقطه لری ( شکل ۱۲۱ ) بعد مجردده کائن ه نقطه سنک مرتسملرندن عبارت اولسونلر کطه خط زمین جدیدی ایله یکی برلی مستوی شاقولیسى اخذ ایدیلرک مستوی مذکور رسمک صاغ جهته یاتیرلدقد، مذکور نقطه نك یکی ح مرتسم شاقولیسى تعیین ایتک ایچون کطه خط زمین جدیدی اوزرینه د مرتسملدن ۷ ل ح عمودی تنزیل اولنوب ۷ مرتسمی طه نك فوقنده بولندیغدن کطه نك فوقنده اولق اوزره م ه نه مساوی ل ح طولی اخذ اولنق لازمکور .

ایکنجی مثال . لی یکی مستوی شاقولیسنک ( شکل ۱۲۲ ) رسمک صول جهته یاتیرلدیغی کطه حرفلرینک وجه تحریرندن منضم اولوب کطه خط زمین جدیدینک فوقنده اولق اوزره ل ح = م ح اخذ اولنور .

۱۳۴ . قاعده عملیه . بر نقطه نك مستوی شاقولی جدید اوزرنده یکی مرتسم شاقولیسى تعیین ایتک ایچون نقطه مزبور نك مرتسم اقیسندن کطه خط زمین جدیدی اوزرینه برعمود تنزیل اولنوب اشو عمودک اوزرنده و مناسب راستقامتده اولق اوزره خط زمین مذکور دن اعتباراً نقطه

مفروضه نك قدیم مرتسم شاقولینك ترتینه مساوی بر طول  
اخذ اولمق ایجاب ایدر .

۱۳۵ . مستوی<sup>۱</sup> افقینك تبدیلی . مستوی<sup>۲</sup> شاقولی تبدیل  
اولمقسزین مستوی<sup>۳</sup> مزبورہ عمود اولمق اوزره قدیم مستوی<sup>۴</sup>  
افقی یه بدل استعمال اولنان هر قنفی بر مستوی یه مستوی<sup>۵</sup>  
افقی<sup>۶</sup> جدید تسمیه اولنور .

مستوی<sup>۷</sup> افقی تبدیلینك قاعده<sup>۸</sup> عملیه سی ( ماده ۱۳۴ ) ده  
مستوی<sup>۹</sup> شاقولینك تبدیلی حقنده بیان اولنان قاعده<sup>۱۰</sup> عملیه یه  
مشابهدر .

مثال . ط<sup>۱</sup> خط زمین جدید فرض ولوحه<sup>۲</sup> ارتسامك  
قسم سفلاسنه طوغری درو و تطبیق اولنش بر مستوی<sup>۳</sup> افقی  
اخذ اولندقدہ اقدجمه ( ۶ ، ۷ ) ایله ارأه ( شکل ۱۲۳ )  
اولنان بر نقطه بو حالده ( ۸ ، ۹ ) اولوب ۱۰ یکی مرتسم  
نقطه سنی تعیین ایتمک ایچون ۱۱ ل ۱۲ عمودی تنزیل و ط<sup>۱۳</sup> نك  
اوست طرفنده اوله رق ل ۱۴ = م ۱۵ اخذ اولنور . چونكه  
انتخاب اولنان مستوی<sup>۱۶</sup> افقی<sup>۱۷</sup> جدید هر نصل اولور ایسه  
اولسون بعد مجردده کی ۱۸ نقطه سی تبدیل اولنمیان مستوی<sup>۱۹</sup>  
شاقولینك هر حالده اوک طرفنده و مستوی<sup>۲۰</sup> مذکور دن عین  
بعده قالور .

مستوی<sup>۲۱</sup> شاقولینك ارقه طرفنده بولنان ( ۲۲ ، ۲۳ )  
مثالو بر نقطه مستوی<sup>۲۴</sup> افقینك تبدیلندن صکره ( ۲۵ ، ۲۶ )  
اولور و مضافه تبدل ایتمه جکندن ل ۲۷ = م ۲۸ اخذ اولمق  
لازمکلور .

بالعکس ط<sup>۲۹</sup> ایله قی<sup>۳۰</sup> مستوی<sup>۳۱</sup> افقی<sup>۳۲</sup> جدیدینه نظراً  
( ب ، ۳۳ ) نقطه سی معلوم ایکن ط<sup>۳۴</sup> ایله قی<sup>۳۵</sup> مستویسنه نظراً

(ب، ب) نقطه سنك تعييني اچون  $ل = ل$  پ اخذ اولنور.  
 ۱۳۶. بر خط مستقيم مرتسمي. بر خط مستقيم معلومك  
 ارتسام مستوي جديدی اوزرنده مرتسمي تعيين ايتك اچون  
 خط مذکور نقاطدن ايکيسنك مرتسم جديدی تعيين  
 اولنور.

مثلا (شكل ۱۲۴) طه خط زمينه بر مستوي افقي  
 جديد اخذ اولندقه و پ نقطه لينك طه خط زمين  
 جديدينه اولان بعدری د وک نقطه لينك طه خط زمينه  
 اولان بعدرينه مساوی اوله جقلندن (ب، ب) خط  
 مستقيم يکي مرتسم افقيسی و اولور.

#### مسئله

۱۳۷. بر خط مستقيم معلوم انتخاب اولنان مستوي  
 شاقولی به موازی اوله جق وجهله ارتسام مستوي شاقوليسی  
 تبديل ايتك.

خط مستقيم معلوم (ب، ب) خطندن (شكل ۱۲۵)  
 عبارت اولسون. خط مذکوره موازی بر مستوي شاقولی  
 اخذ و بونك اچون طه خطی ب به موازی رسم اولندقه  
 (ب، ب) ايله ارئه اولنان خط مستقيم لوحه ارتسامك  
 صاغ طرفنه طوغری ياترلش اولان کی مستويسنه موازی  
 اولور.

۱۳۸. تنبيهات. ۱. طه خط زمينی ب اوزرنده ده  
 اخذ اولنه بيلوب بو حالده خط مستقيم معلوم کی مستويسی  
 اوزرنده واقع اولور و مذکور کی مستويسنك لوحه  
 ارتسامك صاغ طرفنه و يا قسم سفلاسی اوزرينه ياترلسيله

(شکل ۱۲۶) ده ارئه اولنان ویاخود مزبور لی مستویسک  
 ح ب نک دیگر جهته یا ترسیله (شکل ۱۲۷) ده کوسریلان  
 هیئتلدن بری استحصال اولنور .

۰۲ خط مستقیم مفروضک بعد مجردده وضعیتی تبدیل  
 ایتدیرک یا لکز مرتسلی قبول اولنان مستویلره نظراً تبدیل  
 ایدر لر . مع مافیه بوبابده کی مسائل ومثلاً مسئله سابقه :  
 مستویک تبدیل اولنمسیله بر خط مستقیم معلومی مستوی  
 شاقولی به موازی قیلق دینگکله افاده وتعریف اولنور که  
 مسائل آتیه نک افاده لرنده دخی اشواصوله رعایت ایده جکز .

مسئله

۰۱۳۹ بر خط مستقیم مستوی شاقولی به موازی ایکن  
 مستوی تبدیلی واسطه سیله خط مستقیم مذکور مستوی  
 افقی به عمود قیلق .

بونک ایچون خط مستقیم معلومه عمود اولوق اوزره  
 بر مستوی افقی انتخاب ایتک لازمکلور .

(ح ب، ح ب) خط مستیمی (شکل ۱۲۸) مستوی  
 شاقولی به موازی اولسون . گ خطنه عمود اولوق  
 اوزره بر مستوی افقی اخذ ایتک ایچون ط خطنی ح ب نه  
 عموداً رسم ایتک کفایت ایدر و  $\angle = 90^\circ$  آله لم .

بو حالده خط مستقیم (ح، ح) ایله ارئه اولنوپ  
 ح ب مرتسمی کا نه عمود اولدیغندن خط مستقیم مذکور  
 قی مستویسنه عمود اولور . بوندن بشقه خط مستقیم معلومک  
 نقاط مختلفه سنک یکی مرتسم افقیلرینی تعیین ایتکله مخصوص  
 اولان عملیات ترسیمه نک اجرا اولنمسیله عین نتیجه استحصال  
 اولنور . چونکه بالفرض گ نقطه سیچون مقدما بیان

اولنديغى وجهله  $\hat{c} = \hat{m}$  م اخذ اولنق لازم كلديكى كې  
 م  $\hat{c} = \hat{m}$  دى اولديغندن خط مستقيم هر بنقطه سېچونده  
 اولوجهله اخذ اولنق لازم كاه جكي مفهم اولور.

### مسئله

۱۴۰. هر قنغى بر خط مستقيمى ارتسام مستوي لرندن  
 بريته عمود قىلىق.

بونك ايجون متعاقباً ايكي دفعه مستوى تبديل ايتك لازم  
 كاب مثلاً اول امرده خط مستقيم معلومه موازى اوله رق  
 لى مستوى شاقولى جديدى بعد، خط مذكور كى يكي مرسم  
 شاقوليسنه وبوجهتله بعد مجرده بولنان خط مزبوره عمود  
 اولنق اوزره بر مستوى افق جديدا اخذ اولنق لازم كلور.  
 خط مستقيم معلوم (ح، ح ك) اولسون.

(شكل ۱۲۹) ح دن مرور ايدن ط واسطه سيله  
 بر مستوى شاقولى جديدا اخذ اولدقده (ح، ح پ) خط  
 خط مستقيمى لى مستويى اوزرنده بولنش اولور. بعده  
 ح پ نه عمود اولنق اوزره ط ايله بر مستوى افق جديدا  
 اخذ اولنور سه خط مستقيم لى مستويى اوزرنده بولنديغندن  
 يكي مرسم افقيسى ط اوزرنده بولنوب (ح، ح پ)  
 خط مستقيمى قى مستويينه عمود اولور.

۱۴۱. خطين مستقيمندن بريسي ارتسام مستوي لرندن  
 بريته موازى اولديغنه نظراً خطين مذكورين ييننده بولنان  
 بعد اصغرى تعيين ايتك.

خطين مزبوريندن بريسي ارتسام مستوي لرندن بريته  
 موازى اولور ايسه خطين مستقيم مذكورين ييننده اولان

عمود مشترك ( ماده ۱۳۰ ) طوغریدن طوغری به رسم اولندیله جکندن خط موازی معلومه عمود اولق اوزره بر مستوی جدیدك اخذ اولنسی لازم کاور .

مثلا کیفما اتفاق واقع اولان  $\alpha\beta$  خط مستقیله ( شکل ۱۳۰ ) مستوی  $\alpha$  قولى به موازی اولان  $\beta$  خط مستقی پینده کی بعد اقصری تعیین ایتك ایچون  $\gamma$  خط مستقیم عمود اولق اوزره برقی مستوی  $\alpha$  قولى جدیدی اخذ وبونك ایچونده  $\gamma$  نقطه سنده  $\beta$  نه عمود اولق اوزره  $\delta$  رسم اولنور که بوحالده  $\alpha\beta$  خط مستقی  $(\beta, \gamma)$  اولوب  $\gamma$  خط مستقیمده  $(\alpha, \beta)$  اولور . اشبو مستوی اوزرنده کی مر تسمیده خط مستیقی قى مستویسنه عمود اولدیغندن خطین معلومین پینده اولان عمود مشترك مذکور قى مستویسنه موازی اولوب عمود مذکورك اشبو مستوی اوزرنده کی مر تسمیده کندی طول حقیقیسنه مساوی اولور .

بناءً علیه  $\beta$  اوزرینه  $\alpha$  عمودی تنزیل اولنور سه  $\gamma$  نقطه سی واسطه سیله  $\delta$  دخی تعیین اولنوب  $\delta$  نه موازی  $\delta$  رسم اولندقد (  $\alpha, \beta$  نه  $\delta$  ) خط مستقیمك طول حقیقیسی  $\alpha$  بعد مطلوبندن عبارت اولور .

۱۴۲ . اگر خطین مستقیمینك ایکیسیده کیفما اتفاق واقع اولور لر ایسه خطین مذکوریندن بریسی ارتسام مستویلرند برینه ( ماده ۱۳۷ ) موازی قلندقدنصرکه مسئله سابقده اولدینی وجهله اجرای عمل اولنور ( ماده ۱۴۱ ) .

#### مسئله

۱۴۳ . بر مستوینك ارتسام مستوی جدیدله اوزرنده کی اثرلینی تعیین ایتك .

مستوی معلومك بر نقطه سنی اخذایله ارتسام مستویلرندن  
برینك تبدیلندن صکره نقطه مذکور نك مرتسم جدیدی بحری ایتك  
کفایت ایدوب مستوی معلومك اثر جدیدی تعیین ایتك ایچون  
مستوی مزبورك بر نقطه سیله تبدل ایتیان اثر دیکری استعمال  
اولنور .

ایکی خط زمینك نقطه تقاطعی اخذ اولنور سه عملیات  
ترسیمیه پك زیاده سیله تسهیل قلمش اولور .

مستوی معلوم مس لا مس مستویسی اولسون .  
( شکل ۱۳۱ ) طه خط زمین جدیدیه بر مستوی  
شاقولی جدید اخذ اولندقدده ( ح ، ک ) نقطه سنك یکی  
مرتسم شاقولیی اثر شاقولی مطلوب اوزرنده واقع اولوب  
نقطه مزبوره نك ترتیبی تغیر ایتیه جکندن ک نه مساوی  
ح اخذ اولنمی حصول مقصده کفایت ایدر . واول حالده  
مس لا مس مستویسی مس لا مس ایله ارانه ایدیلور .

لی مستویسی لوجه ارتسامك صاعطرقنه ویا خود قسم  
سفلاسنه طوغری یا تیریله بیلور ( شکل ۱۳۲ ) .

۱۴۴ . تنبیه . مستوی تبدیلی واسطه سیله بر مستوی  
مستوی شاقولییه عمود قلنه بیلور .

( بونك ایچون طه خط زمیننی لا مس اثر اقبیسنه ( ماده ۳۰ ،  
خامساً ) عمود اخذ ایتك کفایت ایدوب بعده بروجیه بالا  
اجرای عمل اولنور .

مسئله

۱۴۵ . مستویین متوازیین بینده کی بعدی تعیین

ایتك .

بونك ایچون ارتسام مستویلرندن برینك برینه مستویین



معلومینه عمود اولی اوزره بر مستوی اقامه اولنور که اشبو  
مستوی جدید اوزرنده مستویین مذکورینک اثرلی  
بیننده کی مسافه بعد مطلوبدن عبارت اولور .  
مَس و کَا مستویلی مستویین معلومیندن عبارت اولسونلر  
( شکل ۱۳۳ ) .

قِ مستوی افقی جدیدینک مستویین مذکورینه  
عمود اولسچون ط ه خط زمین جدیدینک مستویین  
مزبورین اثر شاقولیلرینه عمود اولسی کافی اولوب ک  
نقطه سندن ط ه اوزرینه بر عمود اقامه ایله ک = ک ه  
و ک = ک ب اخذ اولندقدن م س لا م س و ک لا ک  
مستویلی قِ مستویسنه عمود اولورلر . چونکه مذکور  
مستویلرک اثر شاقولیلری ط ه اوزرینه عمود اولوب بناءً  
علیه عمود مشترکی بعد مطلوبدن عبارت اولور .  
تنبيه . مسئله نك بو وجهله حل ایداسی ( ماده ۱۲۵ ) ده  
بیان اولنان صورت حله نظراً ده س سریع وده سهولتیلدر .

### بحث ثانی — تدویر اصولی

۱۴۶ . ارتسام مستویلرینک تبدیلی اصولنده بعد  
مجردده کی شکل تبدیل وضعیت ایتیموب یالکر شکل مذکورک  
مرتسملری مستوی جدیدلر اوزرینه نقل ایدیلور .  
تدویر اصولنده ایسه ارتسام مستویلی ثابت قالب انجق  
بعد مجدده کی شکلک وضعیت مسئله نك حلی سهولت بوله جق  
درجده تعدیل و تبدیل اولنور . و بونک ایچون شکل مزبور  
ارتسام مستویلرندن برینه عمود اولان بر محور اطرافنده  
تدویر ایدیلور .

مستوی افقی به عمود اولان محوره محور شاقولی  
مستوی شاقولی به عمود اولان محوره دخی محور افقی  
تسمیه اولنور.

۱۴۷. بر نقطه نك تدویری. (شکل ۱۳۴) بر شکل  
برگ محور شاقولیی اطرافنده دور ایندیکی وقت شکل  
مذکورک هر بر که نقطه سی بر قوس دائره رسم ایدرکه  
قوس مذکور دن مرور ایدن مستوی بر مستوی افقیدن عبارت  
اولوب قوس مزبورک مرکزی دخی محور دورانی اوزرنده  
بولنور.

فی الحقیقه که نقطه سندن محور اوزرینه که ک عمودی  
تزیل اولند قدده اثنای تدویرده عمود مذکورک طولی اصلا  
تبدیل آیتوب ک که نصف قطری که ک قطاع دائره سنی  
رسم ایدرکه اشبو قطاع دائره نك سطحی ک محورینه عمود  
اولدیغندن قی مستویسنه موازی اولور و که نقطه سی که ک  
قوس دائره سنی رسم ایدر.

فقط بر مستوی به موازی اولان بر شکلک مستوی  
مزبور اوزرنده کی مر تسمک کندی مقدار حقیقیسنه مساوی  
اولدیغی (ماده ۱۰۸) معلوم اولوب بناء علیه که ک  
قوسنک مر تسم افقیسی قوسنه مساوی اولور.

که ک مستویسی قی مستویسنه موازی اولدیغندن  
که ک قوسنک مستوی شاقولی اوزرنده کی مر تسمی ط ه  
خط زمیننه موازی بر خط مستقیمدن عبارت اولور.

۱۴۸. لوحه ارتسام (شکل ۱۳۵). (ح ک)  
خط مستقیم محور شاقولی و (ه ک) نقطه سنی نقطه  
معلومه فرض ایده لم. بعد مجردده کی که نقطه سنک رسم

ایندیکی قوسك مرتسم افقیسی كندی مقدار حقیقیسنه مساوی اولدیغندن و  $ه$  طولی  $ه$  نقطه سنك محور معلومه اولان بعدندن عبارت بولندیغندن  $ه$  نقطهسی مرکز و  $ه$  دخی نصف قطر اعتباریه بر قوس رسم ایتك لازمكلوب  $ا$  نقطهسی مرتسم افقیك موضع جدیدی اولدیغنه نظراً  $ه$  نقطه سیده مرتسم شاقولینك موضع جدیدندن عبارت اولق ایجاب ایدر. چونكه نقطه معلومهك ترتیبی تحول ایتوب ثابت قالور. نقطه معلومهك موضع جدیدی ( $ا$ ،  $ه$ ) ایله وبالذات نقطه دخی  $ه$  ارائه ایدیلور.

محور افقی. اگر محور مستوی شاقولی به عمود اولور ایسه (شکل ۱۳۶) نقطه معلومهك مرتسم شاقولیبی كذاك مرکزی  $ه$  اولان بر محیط دائرة اوزرنده حرکت ایدوب مرتسم افقی ایسه خط زمینه موازی اولان بر  $ه$  ب  $ا$  خطی اوزرنده بولنور.

تنبيه. نقطه مفروضه بی مقداری معلوم اوله رق ویریلان بر  $ه$   $ا$  زاویهسی قدر تدویر ایتك ممكندر.

۱۴۹. بر خط مستقیم تدویری. بر خط مستقیم

تدویری ایکی نقطه سنك تدویر اولنسیله حصول بولور.

فرضا ( $ه$ ،  $ا$ ،  $ه$ ) خط مستقیمك ( $ه$ ،  $ا$ ) محور شاقولیبی اطرافنده لازاویهسی قدر تدویر ایدیلور مطلوب اولسون. صورت اولی. (شکل ۱۳۷) مرتسم افقی بی  $ه$  و

نقطه لرنده قطع ایتك اوزره  $ه$  مرکزندن بر قوس رسم و  $ه$  نقطه لری تعیین ایدیلور و  $ا$  زاویهسی معلوم اولدیغندن قوس  $ا$   $ه$  اخذ اولنق و  $ه$  نقطه لرنده محور تنزیل اولنان عمودلر اوزرنده اوله رق  $ا$  و نقطه لرنك  $ه$  و

مر تسملرني تعين ايتك كفايت ايدر كه بوحالده خط مستقيم معلوم (۱۱، ۱۲) وضعيتني اخذ ايلر .

۱۵۰ . صورت ثانيه (شكل ۱۳۸) . محور ايله خط مستقيم معلوم بيننده كي بعدا قصري يي تعين ايده لم ( ماده ۱۳۰) .  
بونك ايجون خط مستقيم مذكور ك مرسم افقيسي اوزرينه  
عموديني تزيل ايتك كفايت ايدر كه ؛ نقطه سي واسطه سيله ك تعين اولند قده بعدا قصري نك مرسم لري ( ۱۳، ۱۴) دن عبارت اولور لر .  
بعدا لدور ؛ ؛ خطي لا زاويه سنه نظراً ؛ ؛ محله كلوب ؛ واسطه سيله ؛ تعين اولنور .

خط مستقيم معلوم اثنای تدويرده خط مزبور ايله محور بيننده كي عمود مشترك عموديتني محافظه ايده جكندن ؛  
نقطه سندن ؛ ؛ خط مماسني رسم ايتك لازم كلور .

خط مستقيم اوزرنده برايكنجي نقطه نك تعيني ايجون  
؛ ؛ = ؛ ؛ اخذ اولنق كفايت ايدوب بونك ايجونده ؛  
نقطه سي مركز و ؛ نصف قطر اعتبار ايله بر قوس دائره  
رسم اولنه بيلور . والحاصل محوره عمود اولان قه ك خط  
مستقيمي اوزرنده ؛ ؛ نقطه سي واسطه سيله ك نقطه سي تعين اولنور .

۱۵۱ . تنبيهات . ۱ . ممكن اولديغي صورته خط مستقيم معلوم ايله تقاطع ايتك اوزره بر محور اخذ اولنور . چونكه بوحالده نقطه تقاطع تبدل ايتيوب خط مستقيمك يالكز بر نقطه سني تدوير ايتك حصول مقصده كفايت ايدر كه بوجيله ( ۱۵، ۱۶) خط مستقيمي ( ۱۷، ۱۸) اولور (شكل ۱۳۹)

- ۰۲ اگر محور افقی اولورایسه بند بالاده کی عملیاته مشابه برطرزده اجرای عمل اولور .
- ۰۳ بر خط مستقیمی ارتسام مستویلندن برینه مائل اولان بر محور اطرافنده تدویر ایتک مراد اولندقدده ( ماده ۱۴۹ ) موجبجه اجرای عمل ایتک ایچون ارتسام مستویلندن بریسی ( ماده ۱۴۰ ) تبدیل اولنده بیلور .

### مسئله

- ۰۱۵۲ بر خط مستقیم معلومی افقی قلیق .  
تدویر اصولنک استعمالیله بر خط مستقیمی افقی قلیق ایچون بر محور افقی اخذ ایتک و خط مستقیم مزبورک مرتسم شاقولبسی طه خط زمیننه موازی اولنجه به دکن خط مذکور ی تدویر ایتک لازم کلور .  
خط مستقیم معلوم گه و یا خود ( نه ، نه )  
اولسون .

( شکل ۱۴۰ ) بر گه یا خود ( ب ، ب ) محور افقیسی اخذ ایله نه نه مماس بر محیط دائرة ترسیم و طه نه موازی اولق اوزره محیط دائرة مزبوره به بر خط مماس رسم ایله گه = گه ( ماده ۱۵۰ ) اخذ والحاصل تعیین اولندقدده خط مستقیمی افقی اولش اولور .

- ۰۱۵۳ تنبیه . انتخاب اولنان محور گه خط مستقینی قطع ایتسه ایدی عملیات ترسیمه دهها زیاده سهولتلی اولوردی ( ماده ۱۵۱ ) . انجق مسئله بی صورت عمومیه ده اوله رق حل ایتک فائده لیدر . چونکه تدقیق ایدیلان شکک بالجمله

خطوط مستقیمه سیله تقاطع ایتک اوزره برمحورک اخذ  
واتخاب ایدلسی اکثریت اوزره نمکن دکلدر.

۱۵۴. بر مستویک تدویری. بر مستوی خطین مستقیم  
واسطه سه پله معین اوله جفتدن تدویری مطلوب اولان مستوی  
اوزرنده کائن ایکی خطی تدویر ایتک و مستوی مذکورک  
اثرلری تعیین ایتک کفایت ایدر. انجق محور شاقولی اولدیغی  
صورته اکثریا خطین مذکورین مقابله مستوی مزبورک  
اثر اقیسیله دیگر بر خط اقیسی اخذ اولنور و ممکن اولدجه  
محورک قطع ایده جکی بر خط افق انتخاب اولنور.

خط مستویلری تدویر ایتک ایچون محوره و خط افق  
مفروض یئنده کی عمود مشترک مراجعت اولنور (ماده ۱۵۰).  
مثلا (شکل ۱۴۱) محور مفروض ک و مستوی  
معلوم مَس اولسون. (لا مس) ه مماس اولق اوزره  
بر محیط دائرة رسم ولا زاویه سی تشکیل اولندقد ه مَس  
اثر افق جدیددن عبارت اولور.

(حی، کای) خط اقیسی (ه و، ت و) اولوب ه می  
مرسمی (۲۱) ه موازی رسم اولمغله تعیین اولنور. الحاصل  
نقطه سیله مَن نقطه سی بینی وصل اولندقد ه مَس لا مَس  
مستویسی مَس لا مَس اولور.

تنبیه. (حی، کای) خط اقیسنک مرسم شاقولیبی  
لوحة ارتسام حدودینک خارجنده واقع اولدیغی وقته ک  
مثلاو بر خط افق اخذ اولنور که خط مذکور بعدالتدویر  
اولمغله ۲ نقطه سیله ف نقطه سی بینی وصل اولنور.

مسئله

۱۵۵. بر مستوی بی ارتسام مستوی لرندن برینه عمود قلیق .

بر مستوی بی ارتسام مستوی لرندن برینه و مثلاً مستوی افقی به عمود قلیق ایچون اثر شاقولسی ط ۵ خط زمیننه عمود اولنجیه دکن مستوی مزبوری بر محور افقی اطرافنده تدویر ایتک ایجاب ایدر (شکل ۱۴۲) .

بالفرض مس مستویسنی مستوی افقی به عمود قلیق مطلوب اولسون . گ گ محور افقیسی اخذ و مس مستویسی داخلنده بولندرق مستوی شاقولی به موازی اولق اوزره ۶ نقطه سندن بر گ ۷ خط مستیمی رسم اولندقده خط مستقیم مذکور محوریله ( ۷ ، ۸ ) نقطه سنده تقاطع ایدر . بوجهتله نقطه مذکوره محور ک مستوی معلومی قطع ایتدیکی نقطه دن عبارت اولوب مستوی مزبور ک اثر افقی جدیدی ۹ نقطه سندن ( ماده ۱۴۰ ) مرور ایتک لازمکلور .

لا مس اثرینی تدویر ایتک ایچون لا مس خط مستیمیله محور بیننده کی بعد اقصری استعمال اولندرق ۶ نقطه سی مرکز اعتباریله مذکور لا مس خط مستیمه مماس بر محیط دائرة رسم و محیط دائرة مذکوره به ده مماس اولق و ط ۹ نه عمود بولنق اوزره لا م خطی دخی ترسیم ولا نقطه سیله ۱۰ نقطه سی بینی وصل اولندقده مس مستویسی ۱۱ لا م اولمش اولور .

مسئله

۱۵۶. بر نقطه نك بر مستوی به اولان بعدینی تعیین ایتک .

بونك ايچون نقطه معلومه دن مستوى اوزرينه برعمود  
تزييله عمود مز بورك مستوى يى قطع ايتديكى نقطه يى  
تخرى ايتك وبوجهته تحديقلمش اولاه عمودك طول حقيقىسى  
تعين ايتك لازم كله جكى ( ماده ۱۲۴ ) بوندن اقدام بيان  
اولنش ايدى .

مستوى معلوم ارتسام مستوي لرندن برينه عمود اولديغى  
صورته عمليات متعدده مذكوره تسهيل قلمش اولاه جفندن  
مستوى مذكور بالفرض مستوى شاقولى يه عمود قلعنور .  
نقطه معلومه ( نه ، كه ) ومستوى معلوم مس اولسون  
( شكل ۱۴۳ ) .

نه نقطه سى ثابت قالمق ايچون نقطه مز بوره دن مرورايدن  
ك محور شاقوليسى اخذ ايدمه . مس لا مس مستوي سى لى  
مستوي سى نه عمود قلمق ايچون ۷ نقطه سى مركز و ۸ ص  
نصف قطر اعتبار يله برمحيط دائره رسم ايتكله برابر طه  
خط زمينه عموداً ۹ ص لا ماسنى ترسيم ايتك ومحورك مستوى يى  
قطع ايتديكى ب نقطه سيله لا بيننى وصل ايتك كفايت ايدر .  
مستويك اخذ ايتديكى اوضاع متعاقبه ده مستوى مزبور  
محوره دائماً مساوى بر ميلده بولنده رق محور مذكورك عين  
نقطه سندن مرور ايدم جكندن ومحور مزبور اوزرنده كائن  
( نه ، كه ) نقطه سيله مستوى معلومك وضعيت متناظره لى  
تبدل ايلز .

نقطه نك مستوى يه اولان بعد اقصرينى تعين ايتك ايچون  
لا اوزرينه كه عمودينى تزيل ايتك كافيدر .

۱۵۷ . تنبيه : عمودك مس لا مس مستوي سى قطع  
ايتديكى نقطه نك تعينى مراد اولنور ايسه ۹ نقطه سى ۸ محله



نقل اولنوب بعده هـ نقطه سی تعیین اولنور که قه هـ خطنک  
لا مس اثرینه عمود اولسی اقتضا ایدر .

### مسئله

۱۵۸ . بر مستوی بی ارتسام مستویلرندن برینه موازی

قیلغ .

بر مستوی بی ارتسام مستویلرندن برینه فرضا مستوی  
افقی به موازی قیلغ ایچون ایکی تدویر اجرا ایتک لازم اولوب  
اولا بر محور شاقولی استعمالیه مستوی مذکور لی مستویسنه  
عمود قلنه بیلور و ثانیا اشبومستوی عمودی بر محور افقی  
اطرافنده تدویر اولند قدده مستوی مزبور لی مستویسنه  
عمودیتنی محافظه ایدوب انجق اثر شاقولیبی طه نه موازی  
بر وضعینه کتور لمکله مستوی مذکور مستوی افقی به  
موازی قلنور . فرضا مس لا مس مستویسنی افقی قیلغ  
مطلوب اولسون (شکل ۱۴۴) .

لا مس اثری طه نه عمود اوله جق وجهله مس لا مس

مستویسنی مس لا مس وضعینه کتور مک ایچون (ح، هـ، ب)

محور شا قولیبی قوللانه لم . لا مس اثرینی حاصل ایتک اوزره

مستوینک محوری قطع ایتدیکی ح نقطه سی (ح، هـ، ب)

خط افقیسی واسطه سیله تعیین اولنوب بعده بر (هـ، ص، هـ)

محور افقیسی استعمال اولنغله مس لا مس افقی قلند قدده مقصدک

حصولیچون مس مماسنی طه خط زمینه موازی رسم ایتک

کفایت ایدر .

۱۵۹. تذهبات. ۰۱ و نقطه سی ۴ وضعیته یا قلا شدیفی  
اشاده ۰۷۰ اثری ۰ نقطه سندن کیندکجه تباعد ایدوب  
۰۷۰ اثری طه نه موازی اولدیفی و قنده مذکور ۰۷۰  
اثری معدوم اولور.

۰۲. (حزب نَه) خط افقیسی متعاقباً (ب' ۰۷۰) و  
(۰۷۰ ی ب) وضعیتلرینی اخذ ایدر.

۰۳. (۰۷۰ ۰۷۰) محوری مستوی شاقولی اوزرنده  
اخذ اولنده رق اجرای عمل اولندیفی صورتده عملیات ترسیمه  
سهولت کسب ایدرسده خطوط مستقیمه حقیقده (ماده ۱۵۳)  
خطار اولندیفی اوزره مسئله بی کیف ما اتفق اخذ اولسان  
محورلر استعمالیله حل ایتک مناسب اولوب چونکه محور  
دورانلرک امر انتخابی شکل هیئت مجموعه سنه تابعدرکه افق  
قلنسی مطلوب اولان مستویده شکلدن معدوددر.

### تنبیه عمومی

۰۱۶۰. برخط مستقیمی ارتسام مستویلرندن برینه موازی  
قیلق ایچون برکزه مستوی تبدیلی و یا خود خط مذکورک  
بردفعه تدویری کفایت ایدوب حالبوکه کیف ما اتفق  
برمستوی بی قی و یا خود لی مستویلرندن برینه موازی  
قیلق ایچون ایکی دفعه مستوی تبدیلی و یا ایکی دفعه تدویر  
اجراسی و یا خود برمستوی تبدیله برده تدویر اجرا قلنسی  
اقتضا ایدر.

و بالعکس برخط مستقیمی ارتسام مستویلرندن برینه عمود  
قیلق ایچون ایکی کره مستوی تبدیلی و یا ایکی دفعه تدویر

اجراسی و یا خود بر مستوی تبدیله برده تدویر اجرا قلمی لازم  
کابو حالبوکه مستوی ایچون یا لکز بر عملک اجراسی کفایت  
ایدر .

### مبحث ثالث — دور و تطبیق اصولی

۱۶۱ . دور و تطبیق اصولندن مقصد . اشبو اصولدن  
مقصد . بر تسمیری واسطه سیله معلوم اولان بر شکل مستوینک  
ارتسام مستوی لرندن بری اوزرنده کندی مقدار حقیقیسنه  
مساوی بر مرتسم حاصل ایتسیچون مذکور مستوی معلومی  
ارتسام مستوی لرندن بری اوزرینه یا ترمقدن و یا خود اشبو  
مستوی به موازی قیلقدن عبارتدر .

دور و تطبیق واسطه سیله ارتسام مستوی لرینه نظراً کیف  
ما اتفق واقع اولان بر مستوی اوزرنده هندسه مسطحه  
مسائلنک کافه سی حل اولنسه بیلور . چونکه بونک ایچون  
مستوی بی یا ترمق و هندسه عادی ده بیان اولنان عملیات  
ترسیمه بی اجرا ایلک واول وجهله تعیین و تحصیل اولنان  
نقاطی تکرار قالد بر مق کفایت ایدر .

۱۶۲ . دور و تطبیق وجه اجراسی . بر مستوی بی فرضاً  
مستوی افق اوزرینه تطبیق ایتک ایچون مستوی مزبور  
ارتسام مستویسی اوزرینه منطبق اولنجه به دکن اثر اقیسی  
اطرافنده دور ایدیلور .

بر مستوی معلومی مستوی افق به موازی قلیق ایچون  
دخی مذکور مستوی معلوم افق بروضعته کلنجه به دکن  
خط اقبیلندن بریمی اطرافنده تدویر اولنور .

بر شکل مستوی بالاده بیان اولندی فی وجهله مستوی  
شا قوی اوزرینده تطبیق اولنسه بیلور .

۱۶۳. تنبيهات. دور و تطبيق اصولى تدوير اصوله  
بط والحاق اولندهيلور.

انجق دور و تطبيق اصولنده محورك يالكز مستوى  
ساقولى و يا خود مستوى افق يه موازى اولسى و تدقيق  
مطالعه اولنده جق شكلك ارتسام مستوي لرندن برينه موازى  
بلنسى كفايت ايدر.

۲. دور و تطبيق اجرا اولانان شكل دائما بر مستويدين  
ببارت اولوب انجق حالات كثيره ده بالخاصه مستوى مزبور  
دور و تطبيقندن صكره برويا متعدد نقطه لر ينك اخذايده جكارى  
واضعك تعيينى مراد ايديلور.

بوصورته بر نقطه ي دور و تطبيق ايتك ديمك نقطه  
دكوره ايله بر محور معلوم واسطه سيله معين اولان  
مستوى ي ياتير مغله نقطه مفروضه نك موضع جديدى  
ميين ايتك ديمكدر.

عينى وجهه بر نقطه ي بعد مجرده ارجاع ايتك ديمك نقطه  
علومه و بر محور واسطه سيله معين اولان مستوى ي  
الدير درق نقطه مفروضه نك يكي مرسم لر ي تعيين ايتك ديمكدر.

### مسئله

۱۱۴. اثر افقيسى اطرافنده دور و تطبيق اولانان بر مستوى  
اثر شاقوليسنك وضعيتنى تعيين ايتك.

مثلا مس لاس مستويى مستوى افق اوزرينه دور  
و تطبيق ايله مستوى مزبور داخلنده بولان لاس خط  
مستقيمك دور و تطبيقى يعنى موضع جديدى تعيين ايتك مطلوب  
اولسون.

(شکل ۱۴۵) وجه اول. مَس لا مَس مستویسی لا مَس  
 زینہ عموداً بر مستوی ایله قطع اولندقدہ مستوی مزبور  
 مَس مستویسیله مستوی افقی به ده عمود اولور. زیرا  
 مستوی داخلندہ کائن بر خط مستقیمہ عمود اولان مستوی  
 مالف الذکر مستوی به ده عمود اولور (م. ماده ۴۰۴).  
 مستوی متوسط زاویۂ قائمہ سنک محیطانی م و ح  
 اولان بر مثلث قائم الزاویہ تشکیل ایدر. وتر قائمہ بی تحصیل  
 ایچون ح عمودی اقامہ ایله عمود مذکور اوزرنده ح نه  
 مساوی بر طول اخذ اولنور که ارتسام مستویلری یکدیگری  
 قائماً قطع ایندکلی صورتده م ح طولی م نقطه سنک  
 ح نقطه سنہ اولان بعدندن عبارت اولور. لکن لا مَس اثری  
 مستوی قاطعه عمود اولدیغندن مزبور مثلث قائم الزاویہ نك  
 وتر قائمہ سی اثر مذکورہ عمود اولوب بوجهتله  
 وتر قائمہ مذکورہ دور وتعلیقندنصره م عمودینک امتدادی  
 اوزرینہ منطبق اولور. بنابراین م ح = م ح اخذ ایتک  
 لازمکلور.

بعد مجردده بولنان (م. ح) نقطه سی ح محله کلدیکندر  
 لا مَس خط مستقیمی لا مَس اثرینک دور وتطبیقندن عبارت  
 اولور.

۱۶۵. وجه ثانی. اثر شاقولینک هر قغی بر (م. ح)  
 نقطه سی لا مَس محوری اطرافنده دورانی اثنا سنده بر قوس  
 دائره رسم ایدر که قوس مذکور دن مرور ایدن مستوی  
 لا مَس اثرینہ عمود اولور. بناءً علیه مستوی نك دور وتطبیقند  
 (م. ح) نقطه سی م عمودینک بر نقطه سی اوزرینہ منطب

اولور. و بوندن بشقه لا طولی تحول ایتیه جکندن لا نقطه سی مرکز ولا دخی نصف قطر اعتباریه بر قوس دائره بالتزسیم م عمودینی م مثللو بر نقطه ده قطع ایتک اقتضا ایدر.

۱۶۶. تنبیهات. ۱. اشبو وجه ثانی وجه اولی تحقیق نموده قوللانیلور.

۲. اولاً م نقطه سی م م عمودی اوزرند، بولنوب نایا م م م و ثالثاً لا لا = لا اولور.

شرائط ثلثه مذکوره دن هر قنمی ایکیمی م دور و تطبیقی تعیین ایتکه کفایت ایدر لکه برنجی ایله ایکنجی شرط وجه ولی و برنجی ایله اوچنجی شرط وجه ثانی حاصل ایدوب یکنجی ایله اوچنجی شرط دخی بروجه ثالث حصوله کتورر لکه اشبو وجه اخیر ده م نقطه سی مرکز و م م نصف قطر اعتباریه بر قوس دائره رسم اوله رق مذکور قوس دائره لا نقطه سی مرکز ولا نصف قطر فرضیه رسم اولنان بیکر بر قوس دائره ایله قطع ایدیلور.

۳. مستوی معلوم لا مس اثربنک طرفیندن هر قنمی ریسنه طوغری یا تریه بیلور.

### مسئله

۱۶۷. حال خصصری. دور و تطبیق اجرا اوله جق مستوی ارتسام مستویلرندن برینه عمود اولدیغنه نظراً قدمکی مسئله بی حل ایتک.

فرضا مس لا مس مستویسی مستوی افقی به عمود  
لسون (شکل ۱۴۶) .

اثر لرزینده کی زاویه قائمه اولدیغندن مس لا مس  
مستویسی مستوی افقی اوزرینه (ماده ۱۴۶) یاتریلورسه  
مس اثری (لا مس) عمود اولان لا مس استقامتنه  
طبق اولور .

کالا کا مستویسی (شکل ۱۴۷) مستوی شاقولی  
وزرینه یاتریلور ایسه لا کا اثر افقیسی خط زمین  
وزرینه منطبق اولور .

۱۶۸ . دور و تطبیقنک اجرایی مطلوب اولان مستوینک  
ثرری خط زمیننه موازی اولدیغنه نظراً ینه مسئله  
سابقه پی حل ایتک .

مثلاً (شکل ۱۴۸) ط ه خط زمیننه موازی اولان  
مس و مس مستوینک مستوی افقی اوزرینه دور و تطبیق  
ایدلمسی مطاب اولسون .

ط ه خط زمیننه عمود اولان بر مستوی متوسط (مس  
مس) مستوی معلومنی زاویه قائمه سنک محبتانی ح و م  
اولان بر مثلث قائم الزاویه نک و تر قائمه سی استقامتنده قطع  
اید، جکندن م ح طولنه مساوی م ح طولی اخذ اولنق و ح  
نقطه سندن ط ه خط زمیننه موازی ح مس خط مستقیمنی  
رسم ایتک لازمکاور .

مسئله

۱۶۹ . بر مستوینک دور و تطبیقندن صکره مستوی  
مزبور داخلنده بولنان بر نقطه نک وضع جدیدنی تعیین  
ایلا .

نقطه معلومه دن مستوی داخلده بولنق اوزره بر خط  
مستقیم رسم اولور . و نقطه مزبوره نك دور و تطبیق  
مستوینك دور و تبعیه خط مستقیم استحصال اولنان دور  
و تطبیق اوزرنده بولور . خط مذکورك دور و تطبیق  
اوزرنده نقطه نك دور و تطبیق تعیین ایتك ایچون نقطه  
مذکوره مرسملرینك برندن مرور ایتك و محور دور  
و تطبیق مقامنده قوللانیلان مستوینك اثر متناظری اوزرینه  
برعود اقامه ایتك کفایت ایدر .

نقطه معلومه د امرار اولنده حق خط متوسط مقامنده  
بر خط افق و یا خود بر جبهه خطی استعمالی قائده لیدر .  
( ب ' ب ) نقطه سی مس لا مس مستویسنك هر قنغی  
بر نقطه سندن عبارت اولسون ( شکل ۱۴۹ ) .

لا مس اثر شاقولیسنك لا مس دور و تطبیق ( ماده ۱۴۶ )  
ایله نقطه معلومه دن مرور ایدن ( ب ' ب ' قه ) خط  
افقیسنك ب دور و تطبیق تعیین و بونك ایچون لا = لا قه  
اخذ و نقطه سندن لا مس محورینه موازی بر خط رسم  
ایده لم . بعد مجردده کی ( ب ' ب ) نقطه سی سطحی لا مس  
محورینه عمود اولق اوزره بردائره رسم اید، جکندن  
ستوینك دور و تطبیقندن صکره ( ب ' ب ) نقطه سی ب  
عمودیه ب موازیسنك فصل مشترکی اولان ب نقطه سی  
وزرینه منطبق اولور .

۱۷۰ . تنبیه . بوبابده ( ب ' ب ' قه ) خط ا

ب عمودینك استعمالی اك سریع بر واسطه او  
یاد . مستعمل ایسه ده بعض حالاتده ( ب ' ب ) نقصه سدن



ایکی خط مستقیم امرار و خطین مذکورینک درر و تطبیق  
اولمربله ۱ نقطه سی تعیین اولنور .

### مسئله

۱۷۱ . درو و تطبیق اولنش اولان و بر اثر یله دیگر  
اثرینک درر و تطبیق معلوم بولنان بر مستوی بی و اشیو  
مستوی داخلنده کائن نقاطی قالدیر مق .  
بونک ایچون (۱۶۹) نجی ماده کی مسئله نک حلی ضمنده  
بیان اولنان عمایات رسمیه عکس صورته اجرا اولنور .  
بووجهله مستوینک ایکنجی اثری تعیین اولنوب بعده  
دور و تطبیق اولنش اولان بر نقطه دن مستوینک بر خط  
افقیسی امرار اولنهدرق خط افقی مذکور قالدیر یلور .  
و نقطه مزبور دن محور اوزرینه تنزیل اولنان عمودک  
خط افقی مذکوری قطع ایندیکی نقطه نقطه مفروضه نک  
مرسملرندن بری اولور .

مس لا مس مستویسی دور و تطبیق اولنش اولان  
مستوین و ۱ ۲ الخ نقطه لری دخی مستوی مذکور  
اوزرنده واقع نقاط مختلفه دن عبارت اولسونلر (شکل ۱۵۰) .  
اولاً مستوینک اثر شاقولیسینی تعیین ایتک ایچون  
لا مس اوزرینه بر عمود تنزیل ولا نقطه سی مرکز ولا مس  
دخی نصف قطر اعتبار یله بر قوس دائره رسم اولنهدرق ص  
نقطه سندن ط ه اوزرینه اقامه اولنان عمود کس نقطه سنده  
قطع اولنور .

ثانیاً ۱ ۲ ۳ ۴ الخ خطوط افقیه سی رسم اولنوب

خطوط مذکوره بی و مثلاً  $\hat{g}$ ؛ خطنی فالدیرمق ایچون  $\hat{g}$  نقطه سندن لا مس محوری اوزرینه برعمود تنزیل اولنور و  $\hat{g}$  واسطه سیله ط  $\hat{g}$  اوزرند، واقع  $\hat{g}$  نقطه سی تعیین قلنور.  $\hat{g}$  نقطه سندن (لا مس)  $\hat{g}$  موازی رسم اولنان خط ایله  $\hat{g}$  نقطه سندن ترسیم اولنان عمودک تقاطعندن  $\hat{g}$  مرسم اقیسی تحصیل اولنوب  $\hat{g}$  واسطه سیله ده  $\hat{g}$  نقطه سی تعیین اولنور که بوندن بشقه لا  $\hat{g}$  = لا  $\hat{g}$  در. بعده ط  $\hat{g}$  نه موازی رسم اولنان که  $\hat{g}$  ایله  $\hat{g}$  عمودینک تقاطعیه مرسم شاقولی دخی تعیین اولنور.

تنبيه.  $\hat{g}$  نقطه سنی فالدیرمق ایچون (۱۶۴) نجی ماده ده بیان اولنان عملیات عکس صورتله اجرا اولنه یلور.

### مسئله

۱۷۲. نقطه معلومه ایله محوردن امرار اولنان مستوینک اثرلرینه مراجعت اولتمق سزین نقطه مذکوره بی دور و تطبیق ایتک.

نقطه مفروضه  $\hat{g}$  و محور معلوم  $\hat{g}$  فرض اولنوب اوزرند دور و تطبیق اجرا اولنه جفی مستوی دخی  $\hat{g}$  و اعتبار اولندقه اشبو مستوینک یا محوردن مرور ایتسی و یا خود محور مزبور موازی بولنسی لازم کلور.

(شکل ۱۵۱)  $\hat{g}$  خط راستک  $\hat{g}$  موقع عمودنفا  $\hat{g}$   $\hat{g}$  اوزرینه  $\hat{g}$   $\hat{g}$  عمودی تنزیل و  $\hat{g}$   $\hat{g}$  دخی وصل اولندقه اشبو خط موصول (ه. ماده ۳۷۲) مقتضاسیجه  $\hat{g}$   $\hat{g}$  نه عمود اولور.  $\hat{g}$   $\hat{g}$  مستویسی  $\hat{g}$   $\hat{g}$  اطرافنده تدبیر اولنور اینه  $\hat{g}$  نقطه سی بر محیط دائر رسم ایدرک

گ که عمودینک امتدادی اوزرنده گ که = گ که اولمق اوزره گ و یا خود گ نقطه سنه منطبق اولور که بویکیفت ک و مستویسنه موازی برار تسام مستویسی اخذ اولندیفی صورتده، دخی عینله واقع اولور . ایمدی گ که خط راسمی محوردن امرار اولنان مستوینک فوقنده اولمق اوزره گ نقطه سنک مقدار ترغعدن و یا خود ارتفاع شاقولیسندن و گ که دخی گ که نقطه سنک محوره اولان مسافه افقیه سندن عبارت اولدقلرندن بوباید، بر وجه آتی قاعده عملیه وضع و اتیان اولنه بیلور .

۱۷۳ . قاعده عملیه . بر نقطه بی مستوی افقی اوزرینه دور و تطبیق ایتمک ایچون نقطه مزبور نک مرتسم افقیسندن محور اوزرینه بر عمود تنزیل و اشبو عمودک موقع عمودندن اعتباراً زاویه قائمه سنک محیطانی نقطه مذکوره نک محوره نظراً ارتفاع شاقولیسيله مسافه افقیه سندن عبارت بولنان بر مثلث قائم الزاویه نک وتر قائمه سنه مساوی بر طول اخذ اولنور .

مثال . ( ح ح ) نقطه معلومندن و ( ص ه ص ) کس که دخی مستوی اوزرنده واقع اولان محوردن عبارت اولسونلر . ( شکل ۱۵۲ ) ه عمودی تنزیل و محوره موازی اولان بر خط مستقیم اوزرنده ه = م ح اخذ اولدقده ه ح طولی و تر قائمه مطلوبه دن عبارت اولور . زیرا م ح طولی بعد مجردده کاشن گ که نقطه سنک مقدار ترغعدن و ه دخی نقطه مزبور نک محوره اولان مسافه سندن عبارتدر . بوجهته ه = ه ح اخذ اولنمق کفایت ایدر .

۱۷۴ . تدبیرات . ۱ . دور و تطبیق کیفیتی هر قننی بر ص نه خط

افتمیسی (شکل ۱۵۳) اطرافنده اجرا اولنق لازمکلور ایسه  
ینه بالاده بیان اولندیفی وجهله اجرای عمل اولنور .  
فی الحقیقه کس نه خطنی خط زمین کبی تصور و ملاحظه ایتک  
کفایت ایدوب بوجهله  $\text{ح} = \text{م} \text{ح}$  اخذ اولنور .

۰۲ تنبیه سابقدن مستبان اولورکه برستوییک هر قنخی  
بر خط افقی اطرافنده دور و تطبیق ایدلسی قی مستویسی اوزرنده  
کائن بر خط مستقیم استعمالیه دور و تطبیق اجرا اولنسی  
قدر سهولتیه بدر . فقط بوبابد، (ص نه ، کس نه) مثلاً  
(شکل ۱۵۴) بر خط افقی اخذ و استعمال اولندیفی صورتده،  
کس نه ایله ط ده میاننده بولنان بعدی نظر اعتباره  
الاملیدر .

۰۳ دور و تطبیق اولنه حق نقاطی حاوی اولان مستوی  
ارتسام مستوی لرندن برینه عمود اولور ایسه عملیات ترسیمیه  
کسب سهولت ایدوب  $\text{ح} \text{ب}$  اثرینه عمود اولان خطلر اوزرنده  
 $\text{ح} = \text{ل} = \text{و} \text{ب} = \text{م} \text{ک}$  اخذ اولنق لازمکلور . شورا بی  
اخطار ایده لم که کیفیت مذکوره بر خط مستقیم مقدار حقیقیه ایتک  
تعینی صره سنده دخی سبت ایتشدر (ماده ۱۱۷) .

#### مسئله

۰۱۷۵ بر نقطه نک مرتسم افقیسیله دور و تطبیق و محور  
معلوم ایکن نقطه مزبور نک مرتسم شاقولیسنی تعیین  
ایتک .

بونک ایچون (ماده ۱۷۴) ده کی مسئله نک حلی ضمننده  
بیان اولنان عملیات عکس صورته اجرا اولنور .

بوجهته اولا وتر قائمه ايله زاویه قائمه نك برضلعی بولنوب بعده ضلع قائم دیگر دخی تعیین اولنور که ضلع مزبورک طولی نقطه نك محوره اولان بعد شاقولیسندن عبارتدر .

(ص ۹، ص ۸) محور معلوم و  $\gamma$  نقطه نك دور و تطبیق و  $\gamma$  دخی مرتسم افقیسی اولسون .  $\gamma$  معلوملرینک ص ۸ محورینه عمود اولان عین خط مستقیم اوزرنده بولنلری (ماده ۱۶۴) ایجاب ایدر .  $\gamma$  عمودی اقامه و  $\gamma$  نقطه سی مرکز اعتباریله عمود مذکور  $\gamma$  قوسیه قطع اولندقد  $\gamma$  مقداری  $\gamma$  نقطه سینک محورک فوقنده اولان ارتفاع شاقولیسندن عبارت اولوب بوجهته  $\gamma = \gamma$  م  $\gamma$  اخذ اولنور .

۱۷۶ . تنبیه .  $\gamma$  مرتسمندن (شکل ۱۵۶) نقطه معلومه نك محور ايله مستوی شاقولی میانده بولندیفی اکلاشیلوب حالبوکه ینه  $\gamma$  مرتسمندن (شکل ۱۵۷) محورک نقطه معلومه ايله مستوی شاقولی بینده واقع اولدیغی منقسم اولور . انجق عملیات ترسیمه اشبو ایکی حالده دخی عین صورته اجرا اولنور .

#### مسئله

۱۷۷ . خط افقیرندن بری اطرافنده دور و تطبیق اولنان بر مستوی اوزرنده کائن هر قنغی بر خط مستقیم موضع جدینی مستوی نك اثرلینه مراجعت اولتمسزین تعیین ایتک .

خط مستقیم محوردن مرور ایدن مستوی داخلنده بولندیغندن یا محور مذکور قطع ایدر و یا خود اکا موازی اولور .

هر حالده خط مستقیم مذکور ک نقاطندن یا لکز برینک دور و تطبیقی تعیین ایتک حصول مقصده کافیدر چونکه یا خط مستقیم ایله محور بینده مشترک اولان نقطه و یا خود خط مستقیم استقامتی ذاتاً معلومدر .

مثلاً ( ۶ ب ، ۶ ک ) خط مستقیمیه ( ص ۶ ، ص ۶ ) خط افقیسندن مرور ایدن مستوینک دور و تطبیق اولنسی مطلوب اولدقده ( شکل ۱۵۸ )  $۶ م = ۶ ک$  اخذاولنسیله مستوی مذکور نقاطندن برینک دور و تطبیقندن عبارت اولان  $۶$  نقطه سی تعیین اولنور . چونکه ( ب ، ک ) نقطه سی محور اوزرنده واقع اولدیغندن تبدیل محل الیز .

( ۴ ، ۴ ) نقطه سنک دور و تطبیقی تعیین ایتک ایچون ( ۶ ه ، ۶ و ) موازی اولنق اوزره  $۴ ه$  خط مستقیمک رسم اولنسی کفایت ایدر .

۱۷۸ . تنبیهات . ۱ . اگر خط مستقیم محور ایله لوحه ارتسام حدودی داخلند ، تقاطع الیز ایسه خط مستقیم مذکور نقاطندن ایکسینک و مثلاً  $۶ و$  ، نقطه لرینک دور و تطبیق لری تعیین اولنور .

اگر خط مستقیم محوره موازی اولور ایسه  $۶$  نقطه سندن ( ۶ ص ) موازی بر خط مستقیم رسم ایدیلور .

۲ .  $۶ ک$  مستوی سی مستوی شاقولی به موازی اولان بر ( ب ۶ ، ک ۶ ) خطی واسطه سیله دور و تطبیق اولنق استیلور سه افادات سابقه به مشابه بر طرزده اجرای عمل اولنور ( شکل ۱۵۹ ) .

مسئله

۱۷۹. بر نقطه معلومه دن مرور ایتک و بر خط مستقیم ایله زاویه معلومه یه مساوی بر زاویه احداث ایتک اوزره بر خط مستقیم آخر رسم ایتک .  
خط مستقیم ایله نقطه معلومه دن مرور ایدن مستوی یا تریلوب مسئله هندسه سطحه مسائلندن برینه ارجاع قلنور و بعده مستوی مذکور ایله اوزرنده اولوجهله استحصال قانان نتیجه قالدیریلور .  
فرضاً ک خط مستقیم و دخی نقطه معلومه دن عبارت اولسون .

( شکل ۱۶۰ ) ک ایله تقاطع ایتک اوزره ( ه ، قه ) نقطه سندن بر خط افقی رسم اولنور که بونک ایچون ط ه نه موازی نه ک رسم و ه ب وصل اولنق کفایت ( ماده ۶۳ ) ایدر .  
ک گ نه مستویسی گ واسطه سیله دور و تطبیق اولنور سه ( ه ، گ ) نقطه سی گ ( ماده ۱۷۲ ) نقطه سنه کلور ه نقطه سندن مرور ایتک و خط مستقیمه م زاویه معلومه سنه مساوی بر زاویه تشکیل ایتک اوزره ق د خط مستقیم رسم اولنور ق نقطه سی قالدیرلدقه ( ه ، د )  
قه ک خط مستقیم خط مطلوب بدن عبارت اوله جفی کبی ه ه واسطه سیله ده مسئله نک بر ایکنجی حلند دسترس اولنه بیلور .

۱۸۰. تنبیه . ه ع طولی نقطه نک خط مستقیم اولان

مسافه سندن عبارتدر و (ماده ۱۲۷) ده بیان اولنوب  
بر نقطه نك بر خط مستقیمه اولان بعدنی تعیین ایتکدن عبارت  
بولنان مسئله یه جوابدر .

۱۸۱ . ایکی خط مستقیم واسطه سیله معلوم اولان  
بر مستوی یه بر نقطه نك بعدنی تعیین ایتك .

خطین مستقیمندن سرور ایدن مستوی یه نقطه معلومه دن  
عموداً بر مستوی رسم اولنور . چونکه عمود مطلوب بو وجهله  
رسم اولنان مستوی داخلنده اولوب موقع عمودی دخی ایکی  
مستوی نك فصل مشترکی اوزرنده بولنور .

بناءً علیه نقطه معلومه ایله فصل مشترکی حاوی اولان  
مستوی متوسطی دور و تطبیق ایتك و بعده نقطه نك دور  
و تطبیقندن فصل مشترك اوزرینه بر عمود تنزیل ایتك کفایت  
ابدر .

(شکل ۱۶۱) فرضا خطین مستقیم گ و گ' و نقطه  
معلومه د اولسون . که کنی خط زمینه موازی اخذ  
ایتکله مستوی نك بر خط اقلیسی رسم ایده لم . د نقطه سندن  
گ و گ' مستوی سیله مستوی افقی یه (ماده ۱۰۶) عمود اولق  
اوزره بر مستوی رسم اولندقدن مستوی مزبورك حص  
اثری نه خط افقیسنه عمود اولق لازم کلور و مستوی  
مذکور بعد مطلوبی اعطا ایدن خط مستقیم مستوی راسمی  
کعبیده تصور اولنه بیلوب د' خط اقلیسی (ه' ه)  
نقطه سنده و د' خطنی دخی (ص ، ص') نقطه سنده قطع  
ابدرکه مستوی مزبور صاغ طرفه طوغری دور و تطبیق  
اولنور ایسه ص' = ل' ص اخذ اولنق لازم کلور و ه' ص  
خط مستیمی مستوی معلوم ایله مستوی عمودینك فصل مشترکی



اولور ونقطه معلومه  $\text{هـ} \text{ج} = \text{م} \text{د}$  اولق اوزره  $\text{ج} \text{ه}$  محله  
 کلوب  $\text{هـ} \text{ص}$  اوزرینه تنزیل اولنان  $\text{ج} \text{و}$  عمودی بعد  
 مطلوب بدن عبارت اولور.

عمودك مر تسملى مطلوب اولور ایسه و و نقطه لری  
 تعیین اولنور. بوندن بشقه ی  $\text{ص}$  دخی (  $\text{ص} \text{ص}$  ) .  
 مساوی اولوب  $\text{هـ} \text{ص}$  و  $\text{و} \text{ص}$  عمود مذکورك مر تسملرندن  
 عبارت اولور. بعد ایسه —

## بشقی فصل

### زوايا

بحث اولی — خطوط مستقیمه وسطوح مستویه  
 بیننده تشکیل ایدن زوايا

۱۸۲. زوايا. بوندن اقدام بیان اولنان مسائلک حلی  
 صره سنده مناسبت دوشدکجه زوايا حقننده کی اک بسیط  
 حالر ذکر و اتیان قلمش و ازان جمله ( ماده ۱۱۸، ۱۲۱،  
 فصل ۲ ) ده بر خط مستقیم ارتسام مستویرله تشکیل  
 ابتدکی زاویه ردن بحث اولمش ایدی.

خطوط مستقیمه وسطوح مستویه بیننده تشکیل ایدن  
 زوايا به دائر مسائلک کافه سی دور و تطبیق اصولی واسطه سیله  
 بالسبوه حل اولنه یلور.

مسئله

۱۸۳. بر خط مستقیم ارتسام مستوی را بیک هر بر به  
تشکیل ایندیکی زاویه لك مقدار حقیقیسی تعیین اتمك  
فرضا خط مستقیم (ح ب، ك ب) خطندن عبارت  
اولسون (شکل ۱۶۲).

وجه اول. خط مستقیم معلوم مستوی افقی اوزرینه  
تطبیق (ماده ۱۷۳، فصل ۳) و نقطه سندن ب ح مر تسمه  
موازی بر خط رسم اولندقه م زاویه سی خط مستقیم  
معلومك مستوی افقی ایله تشکیل ایندیکی زاویه دن عبارت  
اولور. چونكه زاویه مذكوره ك ب ن خط مستقیم  
معلومك ح م مر تسمه افقیسیله تشکیل ایندیکی زاویه به  
مساویدر.

خط مستقیم مستوی شاقولی اوزرینه دور و تطبیق  
اولندقه خط مذکورك مستوی شاقولی ایله تشکیل ایندیکی  
ل زاویه سی استحصال اولنور.

۱۸۴. تنبیه. خط مستقیم ب و ك اثر لری معین بولنور  
ایسه (شکل ۱۶۳) عملیات ترسیمه کسب سهولت ایتش اولور.  
شویله كه ب اوزرینه ح ك عمودی اقامه و ح ك ترینه  
مساوی اولق اوزره قطع اولندقه ب ك خطی خط مستقیم  
معلومك مستوی افقی اوزرینه بعدالتطبیق وضعیندن  
ب ك زاویه سی خط مذکورك قی مستویسی ایله تشکیل  
ایلدیکی زاویه دن عبارت اولور.

وجه ثانی. (شکل ۱۶۴) خط مستقیم قی مستویسی  
اوزرنده مر تسمی رسم ایدن مستوی راسم ك نقطه سنك

ترتیبی اطرافنده تدویر اولمغله خط مستقیم مذکور مستوی  
 شاقولی به موازی قلزور. خط مذکورک وضعیت جدیدہ سی  
 (ح ۲، ح ۲) اولدوقده م زاویہ سی خط مستقیم مذکورک  
 مستوی افقی ایلہ تشکیل ابتدکی زاویہ دن عبارت بولنور.  
 چونکہ زاویہ مذکورہ نک لی مستوی سی اوزرنده مرتسمی  
 کندی مقدار حقیقسنہ مساویدر. (مادہ ۱۲۱)

۱۸۶. خطین مستقیمین زاویہ سی. خطین مستقیمین عین  
 مستوی داخلندہ بولمقدلری حالده خطین مزبوریندن  
 بریلہ اوزرنده واقع ہرقغی برنقطہ دن خط دیگر معلومہ  
 موازی رسم اولسان خط مستقیم بیندہ متشکل زاویہ یہ  
 خطین مستقیمین زاویہ سی تسمیہ اولنوب بناء علیہ بوبابدہ  
 خطوط متقاطعہ یی بیش نظرم بالعدیہ المق کفایت ایدر.

مسئله

۱۸۷. خطین مستقیمین زاویہ سنک مقدار حقیقیسنی  
 تعیین ایتک.

خطین متقاطعین معلومیندن مرور ایدن مستوینک خط  
 افقیسی رسم وبوجہلہ قاعدہ سنک طولی معلوم اولان برمثلث  
 تشکیل اولنور و مثلث مذکورری قاعدہ اتخاذا اولان خط  
 اوتینک اطرافنده دور و تطبیق ایتک ایچون مثلث مزبورک  
 ارتفاعی و یا خود دیگر ایکی ضلعنک طول حقیقیلری تعیین  
 ایتک کفایت ایدر.

وجه اول. (ح ۲، ح ۲) و (ح ۲، ح ۲) خط  
 مستقیملری خطین معلومیندن عبارت اولسونلر (شکل ۱۶۵).  
 خطین معلومینک ب و ب اثرلری یینی وصل و ح ک نہ

مثلثی که خط افقی اطرانده تدویر ایله مسـتوی افقی  
اوزرینه تطبیق ایدلم .

که ک که مثلثک ارتفاعی زاویه قائمه سنک محیطانندن  
بری د ، عمودندن و دیگری دخی ل د مسافه سنه (شکل ۱۷۳)  
مساوی اولان مثلث قائم الزاویه نک وتر قائمه سندن عبارت  
بولندیغی معلوم اولوب بناءً علیه د خطی اوزرینه برعمود  
اقامه ایله د = ل د اخذ ایتک و ، نقطه سی مرکز و د  
دخی نصف قطر اعتبار اولمق اوزره بر قوس دائرة رسم ایله  
د د عمودینی د نقطه سنده قطع ایتک لازمکورد .

اول حالده ب د که مثلثی بوندن اقدام تشکیل قلمنان  
مثلثک مقدار حقیقیسنندن عبارت بولـه جفتدن د زاویه سی  
زاویه مطلوبه دن عبارت اولور .

۱۸۸ . تبصیه . بوبابده هر قنغی بر ( ب د ، ک د ) خط  
افقیسی (شکل ۱۶۶) استعمال اولنه بیلور کد بوحالده  
عملیات ترسیمیه ینه اسکیزی کبی اولوب مثلثک ارتفاعی د ،  
ول د واسطه سیله بر مثلث قائم الزاویه رسم وانشا قلمسیله  
تحصیل اولنور .

خط افقی د نقطه سنک فوقندن مرور ابتدکی حالده دخی  
ینه بوجه سابق اجرای عمل اولنور .

۱۸۹ . وجدنانی . (شکل ۱۶۷) طوغریدن طوغری به  
که ک و که ضلعاریک مقدار حقیقیسی تحری اولنه بیلوب  
بونک ایچون دخی مذکور ضلعار مستوی افقی به موازی  
قلمه بیلورلر . بوتقدیرده که ک خط مستقیم ( ب د ، ک د )  
وضعیتی اخذ ایدرب ب نقطه سی مرکز و د طولی نصف

قطر اعتبار اولندرق رسم اولنان بر قوس دائره نه مرکزندن  
نه ۱ نصف قطریله رسم اولنان قوس دائره واسطه سیله  
قطع اولندقدنه ۲ زاویه سی زاویه مطلوبه دن عبارت  
اولور .

تحقیق ۱۰ ۲ خط مستقیم ب نه خطنه عمود اولمیدر .

۱۹۰ . حال خصوصی . خطین مستقیمندن برینک

وفرصنا ( ۲ نه ۱ نه ) خطنک افقی اولسی .

بوتقدیرده خطین مستقیم معلومیندن مرور ایدن مستوی  
خط افقی معلومه موازی اولان بر خط افقی اطرافنده ویاخود  
بالذات خط افقی معلوم اطرافنده دور وتطبیق اولنور .

وجه اول . ( شکل ۱۶۸ ) ب اثر افقی نقطه سندن

۲ نه خطنه موازی ب ۱ رسم اولندقدنه مذکور ب ۱

خطی مستوی افقی داخلنده واقع اولور . اشبو خط مستقیم  
واسطه سیله ( ۲ نه ۱ نه ) نقطه سی دور وتطبیق و خط افقی

معلوم ب ۱ اطرافنده کی حرکت دورانیه سی اثناسنده

وضعیت سابقه سنه موازاتی محافظه ایده جکندن ۲ نقطه سندن

۲ نه خطنه موازی ۲ خط مستقیم رسم اولندقدنه ب ۲

زاویه سی زاویه مطلوبه دن عبارت اولور .

۱۹۱ . وجه ثانی . خطین مستقیم معلومیندن مرور

ایدن مستوی بالذات ( ۲ نه ۱ نه ) خط افقی معلومی

واسطه سیله دور وتطبیق ایدیله بیلور .

بوحالده ( ب نه ۱ نه ) نقطه سنی ( ۲ نه ۱ نه ) خط

افقی سندن مرور ایدن مستوی افقی به تطبیق ایتک ایجاب

ایدر .

بونك ایچون (شکل ۱۶۹) خط افقی اوزرینه ب ۴  
عمودینی اقامه ایتك ایجاب ایدر . (ب' ب) نقطه سنك محور  
دورانی یه اولان بعدی زاویه قائمه سنك محیطانندن بری ب ۴  
عمودی و دیگر ل ل ک مسافه شاقولسی اولان بر مثلث  
قائم الزاویه نك وتر قائمه سندن (ماده ۱۷۳) عبارت  
اولدیغندن ب ۴ خطی اوزرینه اقامه اولنان بر عمود اوزرنده  
ب' = ل ل ک اخذ و ۴ نقطه سندن ۴ ک نصف قطریله  
رسم اولنان بر قوس دائرة واسطه سیله ۴ ب' عمودی ۴  
نقطه سنده قطع اولندقد، ه ۴ زاویه سی خطین مستقیمین  
زاویه سندن عبارت بولنور .



مسئله

۱۹۲ . خطین مستقیمین زاویه سنك خط منصفی تعیین  
ایتك .

بونك ایچون خطین مستقیمین زاویه سنی بر مستوی افقی  
اوزرینه یا تر مغله زاویه مذکوره نك مقدار حقیقیسی بعدالتعین  
زاویه محصله نك خط منصفی رسم ایتك و شکل مفروض  
وضیعت سابقه سنه قالدیرلدیغنه نظراً خط منصف مذکورک  
مرئسلرینی تعیین ایتك اقتضا ایدر .

(شکل ۱۷۰) فرضاً ک و ۴ خط مستقیمینک  
دور و تطبیقندن صکره کی وضعیتری ب ۴ و ۴ خط اولندن  
عبارت بولندقد، ۴ زاویه سی خطین مستقیمین زاویه سنك  
مقدار حقیقیسی اوله جغندن زاویه مزبور نك ۴ ه ۴  
منصفی رسم اولنور و ۴ نقطه سی ک ۴ خط اقبیسنه متعلق بر نقطه

ولديغندن بونك واسطه سيله گ نقطه سي تعيين اولنور كه  
وجهته خط منصفك مرتكزلى گ و گ اولور.

### مسئله

۱۹۳. برخط مستقيم ايله بر مستوى بيننده واقع  
زاويه بي تعيين ايتك .

برخط مستقيم ايله بر مستوى بيننده واقع اولان زاويه  
خط مستقيم مذكورك مستوى مرتكزلى اوزرند، كي مرتكزله  
تشكيل اينديكي زاويه دن عبارتدر كه زاويه مذكوره دخی خط  
مستقيم معلومك مستوى به عمود اولان خط ايله تشكيل  
اينديكي زاويه نك تمامى اولوب بالتزجيج اشبو زاويه بي  
طوغرى دن طوغرى به تعيين ايتكله اکتفا اولنور .

خط مستقيم گ خطندن و مستوى معلوم دخی م  
مستوى سندن عبارت اولسونلر (شكل ۱۲۱) . خط مستقيم  
مستوى بي قطع اينديكي نقطه نك گ نقطه سندن عبارت اولديغنى  
قبول ايد، لم . گ نقطه سندن مستوى معلوم اوزرينه گ گ  
عمودى نزيل ايتك ايجاب ايدر . گ نقطه سي عمود مذكورك  
موقع عمودى فرض اولاندقده بوندن اكلا شيلور كه گ گ  
خط مستقيمي گ گ خط مستقيمك مستوى معلوم اوزرند، كي  
مرتكزندن و گ زاويه سي دخی زاويه مطلوبه دن عبارتدر .  
گ زاويه سنك مقدار حقيقتىنى تعيين ايتك همچون زاويه  
مذكوره نك تمامى اولان گ زاويه سنى تعيين ايتك  
كفايت ايدر . اشته بو وجهله اجراى عمل اولنور ايسه خط  
مستقيم معلوم ايله عمودك مستوى بي قطع ابتدكارى نقطه لرى  
تعيين ايتكله احتياج مس ايتز .

۱۹۴. لوحه ارتسام (شکل ۱۷۱). فرضا (ب) خط مستقیم و مس لا مس دخی مستوی بی ارائه ایتسونلر. خط مستقیم هر قنخی بر (د، د) نقطه سندن مستوی اوزرینه (د، د) عمودی تنزیل و (د، د) زاویه سنک مقدار حقیقیسی تعیین ایتک ایچون (ب، د) خط افقیسی رسم ایله (د، د) نقطه سی دور و تطبیق اولندقدن م زاویه سی خطین مستقیمین زایه سندن و بونک تمامی اولان ل یا خود د م زاویه سی دخی خط مستقیم مستوی ایله تشکیل ایلدیکی زاویه دن عبارت اولور.

مسئله

۱۹۵. بر مستوینک اثرلری بیننده متشکل زاویه بی تعیین ایتک.

مستوی بی اثرلندن بریسی ومثلا اثر افقیسی اطرافنده دور و تطبیق و اثر شاقولیسنک دور و تطبیق تعیین ایتک لازم کلور که اشبو دور و تطبیق ایله اثر افقی بیننده متشکل ایدن زاویه مستوی مزبور اثرلرینک بعد مجردده تشکیل ایلدکری زاویه دن عبارت اولور.

مستوی معلوم مس لا مس مستویسندن عبارت اولسون (شکل ۱۷۲).

اشبو مستوی بی مستوی افقی اوزرینه دور و تطبیق ایتک ایچون مستوی مفروضک اثر شاقولیس اوزرنده بر (د، د) نقطه سنی اخذ ایتک و نقطه مذکوره نک دور و تطبیق (ماده ۱۶۴) تعیین ایتک کفایت ایدوب بو حالده م زاویه سی زاویه مطلوبه دن عبارت بولور.



۶ عمودینی (شکل ۱۷۴) لا نقطه سی مرکز ولا  
صف قطر اعتباریله رسم اولنان بر قوس دائرة ايله ده قطع  
ایتنک ممکندر . چونکه لا طوی تبدل ایتز .

۱۹۶ . تنبیه . مستویک اثر لری بر زاویه منفرجه تشکیل  
ایتد کیری و قتده دخی بروجه بالا بیان اولنان عملیات ترسیمه  
عیناً اجرا قلنور (شکل ۱۷۵) .

شویله که ۷ نقطه سندن لا مس اوزرینه بر عمود تنزیل  
ولا نقطه سی مرکز ولا نصف قطر اعتباریله عمود  
مذکور ۸ نقطه سنده قطع ایدیلوب بوجمله لا مس خط  
مستقی تعیین وم زاویه مطلوبه سی دخی تحصیل اولنور .

### مسئله

۱۹۷ . بر مستوی معلومک ارتسام مستویلیله تشکیل  
ایتدیکی زاویه لری تعیین ایتنک .

بوابده پیش نظر الاحظهیه آله حق باشلوجه ایکی حال  
موجودر که بولردن بریسی مستوی معلومک ارتسام  
مستویلرندن برینه عمود واقع اولسی و دیگری دخی مستوی  
مذکورک ارتسام مستویلرینه نظراً کیف ما اتفاق بولنماید .

برنجی حال . مستوی معلوم ارتسام مستویلرندن برینه  
ومثلاً مستوی شاقولیله عمود اولور ایسه اثر شاقولیسنک  
خط زمین ايله تشکیل ایتدیکی زاویه مستوی مذکورک مستوی  
افقی ايله تشکیل ایتدیکی زاویه دن ومستوی مفروض مستوی  
افقیله عمود اولور ایسه اثر اقلیسنک ارائه ایده جکی زاویه  
مستوی شاقولی ايله حاصل ایتدیکی زاویه دن عبارت اولور  
( ماده ۳۷ ) .

۱۹۸. ایکنجی حال. مستوی معلوم کیف ما اتفاق واقع اولوبده مستوی مذکور ایله مستوی افقی بیننده متشکل اولان مستویین زاویه سنی تعیین ایتک مراد ایدیلورسه مذکور مستویین زاویه سنک ضلع مجسمنی یعنی مستوی معلومک اثر افاقسینی ضلع مجسم مزبور عموداً بر مستوی ایله قطع ایتک واشبو مستوی متوسطک مستوی معلوم و مستوی افقی ایله حاصل ایتدیکی فصل مشترک بیننده متشکل زاویه سنک مقدار حقیقیسینی تعیین ایچون مستوی متوسط مذکوری دور و تطبیق ایتک ایجاب ایدر.

مستوی معلومک لی مستویسبله تشکیل ایتدیکی مستویین زاویه سنک مقدار حقیقیسینی تعیین ایتک ایچون دخی افادات سابقهده موافق بر طرزده اجرای عمل اولنور.

امدی مس لاس مستویسی کیف مایشاء بر مستویدن عبارت اولسون ( شکل ۱۷۶ ).

مستوی معلومه و بوجهته لاس اثرینه عموداً بر مستوی رسم ( ماده ۱۰۶ ) و ح خطی اشبو مستوی متوسطک اثر افاقسینی فرض اولنوب مستوی مذکور پ اطرافنده بالتدویر قی مستویسی اوزرینه تطبیق اولند قده ح ترتیبی ( ماده ۱۶۴ ) ح محله کلور و مستوی متوسط مذکور مس مستویسنک مستوی افقی ایله تشکیل ایتدیکی مستویین زاویه سنک لاس ضلع مجسمه عمود اولدیغندن ح ب زاویه سی زاویه مطلوبه دن عبارت اولدیغنی کبی بوجه سابق اجرای عمل اولنور ق ل زاویه سنک دخی مس مستویسبله مستوی شاقولی بیننده متشکل زاویه دن عبارت اولدیغنی استنتاج اولنور.

مسئله

۱۹۹. کیف ما اتفق واقع اولان ایکی مستوی بیننده کی  
مستویین زاویه سنی تعیین ایتک .

بونک ایچون مستویین زاویه سنک ضلع مجسمه عموداً بر مستوی  
رسم اولنوب بووجهله مستویین زاویه سنک وجهلری بینلرنده  
زاویه مطلوبه به مساوی بر زاویه تشکیل ایدن ایکی خط  
مستقیم استقامتده قطع اولنش بولنورلر ( ۳۹۸ ماده ) .  
مس لا مَس و کالاکا مستویلری مستویین معلومیندن  
و ح ب خطی دخی اشبو مستویلرک حاصل ایتدکری ح ب  
فصل مشترکنک مرسم اقلینسندن عبارت اولسونلر ( شکل ۱۷۷ ) .  
بر مقتضای مسئله ضلع مجسمی ح ب اولان مستویین  
زاویه سنی تعیین ایتک ایجاب ایدر . بونک ایچون مستویین  
زاویه سنی ح ب نه عموداً بر ح م ص مستویسی ایله قطع  
ایده لم .

ح ب خط مستیمی ح م ص مستویسنه عمود اولدیغیندن  
خط مذکورک ح ب مرسم اقلینسی مستوی مزبورک ح ص  
اثرینه ( ماده ۲۰۰ ) عمود اولور .

م ل مستوی رسمی ایله ح م ص مستویسی داخلنده  
بولان ل م خط مستیمی ح م و ح ص خطلرینک ایکیسنه  
بردن عموددر . فی الحقیقه ح م خط مستیمی ح م ص مستویسنه  
عمود اولدینی جهته م ل خط مستینه دخی عمود اولدینی کی  
ح ب خطنه عمود اولان ح م ص خط مستیمی ح ل م مستوی  
راستنده عمود اولقی حسیله ل م خط مستینه دخی عمود اولور .  
افادات سابقه دن اکلا شیلورکه ح م و م ص خط مستیملرینک  
ایکیسیده ح م خط مستینه عموددر .

هَمْ صَ مثلثی ترسیم وانشا ایتک ایچون هَمْ وَمْ صَ  
عمود رینک طولری تعیین اولنده بیلور ایسه ده عمومیت اوزره  
مَمْ ل ارتقاعی تعیین اولنور .

۲۰۰ . لوحه ارتسام . مستویین معلومین مس لا مَس  
و کلا کاً ایله ( شکل ۱۷۸ ) و مستویین مذکورین فصل  
مشرککنک مرتسم افتیبسی دخی ه ب ایله اراؤه اولندقدده  
مقصده حصولی ایچون مستویین زاویه سنی فصل مشترک  
مزبورده عموداً بر مستوی ایله قطع ایتک لازم کلوب اشبو  
مستویینک اثر افتیبسی فصل مشترک مرتسم افتیبسنه عمود اوله جغندن  
ه ب مرتسمه عموداً ه ص عمودینی رسم ایتک کفایت ایدر .  
م نقطه سنی ه ص دن مرور ایتک و بعد مجردده واقع ه ب  
خطه عمود اولق اوزره بر مستوی رسم و امرار اولنسیله تحصیل  
و تعیین ایدن هَمْ ص مثلثک رأسی فرض ایده لم .

انجق بو وجهله تحصیل اولان مثلثک ارتفاعدن عبارت  
اولوبده مستوی افق ایله مستویین معلومینک تشکیل  
ایلدگری زاویه مجسمه یی قطع ایتکله تحصیل ایدن مَمْ ل  
خط مستیمی هم ه ب فصل مشترکنه و همده مذکور فصل  
مشرکک ه ب مرتسمه ل نقطه سنده عموددر .

اشبو ل م عمودینک مقدار حقیقیسنی تعیین ایتک ایچون  
ه ب و یا خود ه ب ک مثلثی دور و تطبیق ایتک لازم  
کلوب بونک ایچون دخی ه ب مرتسمه عمود اولان خط مستقیم  
اوزرنده ه ب = ه ب اخذ ول نقطه سندن ه ب اوزرینه  
ل م عمودی تنزیل و حاصلی ل م طولی ل نقطه سندن اعتباراً  
ل م ه اوزرینه نقل اولندقدده هَمْ ص مثلثی بعد مجردده

کائن  $\theta$  م ص مثلثک دور و تطبیقندن عبارت بولنه جفندن  
 $\theta$  م ص زاویه سی م س و کاً مستویلی بیونده متشکل  
 مستوین زاویه سی مساحه ایدن زاویه دن عبارت  
 اولور .

تنبیه . بوجه آتی بیان اولنده حق حال خصوصیلری  
 مطالعه ایتک فائده دن خالی دکلدیر :

۲۰۱ . اولاً مستوین معلومینک عین اسمده اولان  
 اثرلرینک بر برینه موازی اولسی ( شکل ۱۷۹ ) .

بو حالده مذکور مستویلر بر برینه موازی اولان اثرلرینه  
 و بوجه تله مزبور مستویلرک  $\theta$  فصل مشترکله عموداً  
 $\theta$  مستویسه قطع اولنور و م س و کاً مستویلرینک  
 مستوی متوسط اوزرنده حاصل ابتدکاری فصل مشترکاری  
 دور و تطبیق ایتکله  $\theta$  زاویه مطلوبه سی تعیین قلمش  
 اولور .

ثانیاً مستوین معلومینک خط زمینه موازی بولنملری ( شکل ۱۸۰ )  
 بوقتدیرده دخی مستوین معلومین بر پروفیل  
 مستویسه ایله قطع واشبو پروفیل مستویسنک مستوین مذکورین  
 ایله حاصل ابتدکاری فصل مشترکاری مستوی شاقولی  
 اوزرنده دور و تطبیق اولنمقله  $\theta$  زاویه مطلوبه سی  
 تحصیل قلمور .

#### مسائل معکوسه

۲۰۲ . بر خط مستقیم قی ولی مستویلر یله تشکیل ابتدکی  
 زاویه لر ایله قی ولی مستویلری بیونده متشکل زاویه  
 بر خط مستقیم بر پروفیل مستویسه داخلنده واقع اولدقده  
 خط مذکور ایله هر تسلملی بر مثلث قائم الزاویه تشکیل

ایده جک کردن خط مستقیم مزبورک ارتسام مستویله حاصل  
ایده جکی م و ل زاویه لری مجموعی زاویه قائمه به مساوی  
اولوب حالات سائرتهك كافه سنده م و ل زاویه لرینك  
مجموعی  $\angle$  اولور. مثلاً (شکل ۱۸۱)  $\angle$  خط مستقیمك  
مرسملری ح ب و ح ك فرض اولندقدہ خط مذکور بر پروفیل  
مستویسی داخلندہ واقع اولدیغندن  $م + ل > \angle$  اولور.  
زیرا ح ب ك مثلثی ب زاویه سی قائمه اولان بر مثلث  
قائم الزاویه دن عبارت اولدیغندن  $م + ك = \angle$  اولوب  
فقط بر خط مستقیم كندی مرسمبله تشکیل ایلدیکی زاویه  
خط مستقیم مزبورك مستوی داخلندہ موقعندن مرور ایدن  
خطوط سائردهن هر قنغی بریله تشکیل ایده جکی زاویه دن  
(ماده ۴۰۹ — ۴۰۸) اصغر اوله جغندن  $ل > ك$  اولوب  
بناءً علی ذلك  $م + ل > \angle$  اولور.

### مسئله

۲۰۳. بر نقطه معلومه دن مرور ایتك و ارتسام مستویله  
معلوم المقدار زاویه لره مساوی برر زاویه تشکیل ایتك  
اوزره بر خط مستقیم رسم ایتك.  
خط مستقیم مطلوبك مستوی افقی و مستوی شاقولی ايله  
تشکیل ایندیکی زاویه لر متناظرأ  $م و ل$  ايله ارائه اولندقدہ  
 $م + ل > \angle$  اولیق لازم کلور.  
مقصدك حصولی ایچون ارتسام مستویله زاویه  
معلومه لره مساوی برر زاویه تشکیل ایدن خط مستقیم  
مرسملرینی تعیین ایتك و بعده نقطه معلومه دن خط مستقیم  
مذکوره موازی بر خط مستقیم رسم ایتك کفایت ایدر.

مسئله نك ( شكل ۱۸۲ ) حل اولشم اولديغنى وخط  
مستقيم مطلوبك  $\hat{K}$  خطندن عبارت بولديغنى ومرتسملرينك  
دخى (  $\alpha, \beta, \gamma$  ) ايدوكنى فرض ايدلم\*  
خط مستقيم مستوى افق ايله تشكيل ايلديكى م زاويه سنى  
تعيين ايتك ايچون  $\alpha$  نقطه سنى  $\gamma$  محله كتورمك لازم كلور\*  
اشته بو وجهله  $\beta, \gamma$  زاويه سى استحصال اولنوب  
وب  $\gamma$  خطى دخى خط مستقيم مقدار حقيقى سندن عبارت  
اولور ( ماده ۱۲۰ ) ايدى  $\gamma, \beta$  مرتسم شاقولى  
مجهولى ايله  $\alpha$  نقطه سنك  $\gamma, \beta$  مسافه سى وخط مستقيم  
مطلوبك طول حقيقى ل زاويه سى  $\gamma, \beta$  مرتسم شاقوليسنه  
محاور اولان بر مثلث قائم الزاويه تشكيل ايدى جكلرندن خط مستقيم  
 $\beta, \gamma$  طول حقيقى وخط مذكوك مستوى شاقولى ايله  
تشكيل ايلديكى ل زاويه سى معلوم اولدقده مذكور مثلث  
قائم الزاويه بالترسيم مرتسم مجهولنى تعيين ايتك ميسر  
اوله بيلور\* افادات سابقه دن بوجه آتى عمليات ترسيمه  
استنتاج اولنور :

۲۰۴. لوحه ارتسام ( شكل ۱۸۳ ) مستوى شاقولى  
اوزرنده اخذ اولنان بر (  $\beta, \gamma$  ) نقطه سندن مرور ايتك  
وط  $\alpha$  خط زمينى ايله م زاويه سنه مساوى بر زاويه  
تشكيل ايتك اوزره  $\beta, \gamma$  خط مستقيمى رسم وبعده  $\beta$   
نقطه سنه  $\gamma, \beta$  خطيله ل زاويه سى بالتشكيل  $\gamma, \beta$  عمودى  
تزييل اولندقده  $\beta, \gamma$  خطى مرتسم شاقولى مجهولك طولندن

\* افادات مسروده كرك بعد مجردى كى ( شكل ۱۸۲ ) اوزرنده وكر كسه

( شكل ۱۸۳ ) ايله كوستريلان لوحه ارتسام اوزرنده بالنعقيب مطالعه اولنه بيلور \*

عبارت اوله جفتدن ک نقطه سی مرکز و ک نصف قطر اعتبار اولنهرق ط ه خط زمینی ک نقطه سنده قطع اولنور و ب نقطه سی مرکز و مرتسم افقی ک ب ط طولی نصف قطر فرضیه رسم اولسان قوس دائره یی قطع ایدنجیه دکن ک ه عمودی اقامه و تمهید ایدیلور.

تحقیق. ه عمودی ک عمودینه مساوی اولق لازمکلور. چونکه ک ک و ک ه مثلثی بر برینه مساویدرلر. تنبیه. اگر خط مستقیم مطلوب بر (ه، ن) نقطه معلومه سندن (شکل ۱۸۳) مرور ایتک ایجاب ایدرسه مذکور (ه، ن) نقطه سندن (ک، ب) خطنه موازی بر خط مستقیم رسم اولنور.

۲۰۵. بر مستوینک قی ولی مستویلریه تشکیل ایدیکی زاویه لر. بر مستوینک ارتسام مستویلریه تشکیل ایدیکی مستوین زاویه لری مجموعی عمومیت اوزره بر قائمه ایله ایکی قائمه بیننده محصوردر.

مستوی ط ه خط زمیننه موازی اولدیفی وقت مجموع مذکور غایه اصغریسی اولان بر زاویه قائمه به منجر اولور. چونکه اول حالد ه م ول مستوین زاویه لری بر برینک تمامی اولورلر.

مستوی معلوم ط ه نه عمود اولدیفی زمان مجموع مزبور غایه اعظمیسی اولان ایکی زاویه قائمه به مساوی اولور.

اشبو وضعیتلرک ماعداسنده مجموع مذکور بر زاویه قائمه دن اعظم و ایکی زاویه قائمه دن اصغر بولنور. فی الحقیقه بر برینه عمود اولماق شرطیله تقاطع ایدن ایکی مستوی



پنلرندہ بر برینک ممتی اولق اوزرہ ایکی زاویہ تشکیل  
بدرلرکہ مذکور زاویہ لردن بری حادہ و دیگر ی منفرجه  
ولوب زاویہ حادہ مزبورہ ایسہ مستوین مذکورینک  
ر برینہ نظراً میلی مساحہ ایدن بر زاویہ دن عبارت اوله جفندن  
 $m + l > 180$  اولوب بوندن بشقہ بر زاویہ مجسمہ نك اوج  
ستوین زاویہ سی مجموعی ایکی زاویہ قائمہ دن اعظم (۹۰°  
مادہ — ۴۲۷) بولنق حسیله  $m + l + 90 < 180$  اولمقله  
 $m + l < 90$  اولدیغی تحقق ایتش اولور .

۲۰۶. بر مستوینک خط میل اعظمی . بر مستوینک  
ارتسام مستویلردن برینہ نظراً خط میل اعظمی مستوی  
مذکور اوزرندہ واقع اولوب ارتسام مستویسی اوزرندہ کی  
مرتبیلہ اک بیوک زاویہ تشکیل ایدن خط مستقیم  
عبارتدر .

بر مستوینک خط میل اعظمی مستوی مزبورک اثرینہ  
عمود واقع اوله جفندن (۹۰° مادہ — ۴۱۲) (ب' ح' ب)  
خط مستیمی (شکل ۱۸۴) مس لاس مستوینک مستوی  
افقیہ نظراً خط میل اعظمندن عبارت اولش اولور .  
چونکہ خط مذکورک ب' مرسمی لاس اثرینہ عمود  
اولدیغندن اوج عمود دعواسی مقتضاسنجہ بعد مجردده کی  
خط مستقیم دخی مذکور لاس اثر اقلینسہ عمود اولق  
لازمکلور .

بوحالده مس لاس مستوینک دیگر هر قنغی بر خط مستیمی  
قی مستویسلہ م زاویہ سندن بیوک بر زاویہ تشکیل ایدر  
(۹۰° مادہ — ۴۱۳) .

.....

اینگه کافیدر . چونکه ب نقطه سندن د م رسمه نمود  
لا م س خطنک رسم اولنسیله مستوی مذکورک اثراقیسی  
تعین اولنجه کی لا و د نقطه لرینک بینی وصل ایتمکده  
اثر شاقولی تحصیل قلندیلور .

۲۰۷ . تنیهات . ۱ . بر مستوی معلومک ارتسام  
مستویلرندن بریله تشکیل ابتدکی زاویه نک صورت تعینی  
( ماده ۱۹۸ ) ده بیان اولنش اولوب انجق بوبابده کی عملیات  
ترسییه مسئله نک عکسی حل ایتمک ایچون مدار سهولت اوله جق  
بر طرز آخرده دخی اجرا اولنه بیلور .

۲ . خطی ط ه خط زمینه نمود اولسون ( شکل ۱۸۵ ) .  
زاویه قائمه سنک محیطانی د و د خطلرندن عبارت  
اولق اوزره بر مثلث قائم الزاویه نک انشا اولنسیله م  
زاویه سنک تعین قلندیلو جکی ( ماده ۱۹۸ ) معلوم اولدیغندن  
زاویه مذکوریه دسترس اولق ایچون زاویه قائمه سنک  
محیطانی د و د اولان مثلث قائم الزاویه د و د وضعیتنه  
کتورلمک اوزره د خطنک اطرافنده اوله رق دور  
وتطبیق اولندیلور . بونک ایچون دخی د خطی ط ه  
اوزرینه نقل ایتمک کفایت ایدرکه بوحالده زاویه د و د = م  
اوله جفی مثلث د و د = ص اولنغله ده زاویه د و د = ل  
اولور .

۳ . عمودلرندن هربری ط ه اوزرنده  
واقع د نقطه سنک م س ل م س مستویسنه اولان بعدنی ارانه  
ایلدیکندن مذکور عمودلر بر برینه مساویدرلر . فی الحقیقه  
ط ه اوزرنده واقع د نقطه سندن م س ل م س مستویسی  
اوزرینه تزیل اولنان نمود مذکور م س ل م س مستویسنه

وبوندن بشقه بری لاس اثرینه ودیگری لاس اثرینه  
 نمود اولان ایکی مستویك (شکل ۱۷۶) فصل مشترکی  
 ولدیفندن مذکور مستویك دور وتطبیقنده  $\alpha$  و  $\beta$  ی  
 طلری عین عمودك دور وتطبیقندن عبارت بولنورل  
 (شکل ۱۷۶ و ۱۸۵).

### مسئله

۲۰۸. بر نقطه معلومه دن مرور ایتك وارتسام  
 مستویله م و ل زاویه معلومه رینه مساوی برر زاویه  
 بالتشکیل مذکور ارتسام مستویلرینی قطع ایتك اوزره  
 بر مستویك رسمی مطلوبدر.

اول امرده مستوی شاقولی اوزرنده اخذ اولنان  
 بر (۲۰۸) نقطه سنه نظراً مسئله یی حل ایده لم که بعده  
 اولوجه مسئله رسم اولنان مستوی یه موازی اولق اوزره  
 نقطه معلومه دن بر مستوی رسم ایتك حصول مقصده کفایت  
 ایدر. بومسئله ده  $\alpha$  و ل  $\beta$  و  $\alpha + \beta < \alpha$  اولق  
 (ماده ۲۰۵) مقتضیدر.

مسئله نك حل اولمش اولدیغنی و مستوی مطلوبك  
 مس، لاس مستویسندن عبارت بولندیغنی فرض ایده لم.  
 (شکل ۱۶۸) عملیاتك تحقیق ضمنده  $\alpha$  نقطه سندن اعتباراً  
 $\alpha = \beta$  اخذ اولندقد  $\alpha$  و  $\beta$  زاویه سنك م زاویه  
 معلومه سنه (ماده ۲۰۷) و  $\alpha = \beta$  و  $\alpha$  آلدقد  $\alpha$  ص  
 زاویه سنك ل زاویه سنه مساوی بولنسی وبوندن بشقه  
 $\alpha$  بعدینك  $\alpha$  و بعدینه مساوی اولسی (ماده ۲۰۷)

تنبیه ۲) لازمک‌لور واخادات سابقه دن بروجہ آتی علیات  
ترسیمہ استنتاج اولنور :

ح نقطه‌سندن خط زمینه عمود آ ح ب خطی رسم  
اولنوب ح و دخی ط ه خط زمینی ایله مس مستویسنک  
مستوی افقی ایله تشکیل ایدہ جکی م زاویه سنہ مساوی  
برزاویه تشکیل الیک اوزره رسم وبعده ح و عمودی  
تنزیل اولندقدہ عمود مذکور خط زمین اوزرنده واقع ح  
نقطه‌سنک مستوی مطلوبہ اولان بعدندن عبارت اولور  
( ماده ۲۰۷ ) ح نقطه‌بی مرکز و ح و نصف قطر  
اعتباریله بر قوس دائره رسم اولندقدنصره مستوی مطلوبک  
مستوی شاقولی ایله احداث ایلیه جکی ل زاویه سنہ مساوی  
خط زمین ایله برزاویه تشکیل الیک اوزره مذکور قوس  
دائریه ف ص خط مماسی رسم اولندقدہ اشبو خط مماسک  
ح ح ب عمودینی قطع ایتمسبله ب نقطه‌بی تعیین ایدلش  
بولنور . بوحالده مستوی مطلوبک مس اثرینی تعیین ایتک  
ایچون ح و نصف قطریله رسم اولنان قوس دائره به  
مماس اولقی اوزره ب نقطه‌سندن ف لا خطنی رسم ایتک  
و مس اثر شاقولیسنه دسترس اولقی ایچونده لا و ح  
نقطه‌لری بینی وصل الیک ایجاب ایدر .

تحقیق . ح مس نصف قطریله رسم اولنان قوس  
دائره لا مس اثرینه مماس اولقی لازمک‌لور .

۲۰۹ . تنبیه اثر لک ب و ح ه مثلاًو خط مماسلر  
واسطه‌سیله تعیین قلمسندہ صحت کامله موجود اولیبوب  
انجق ارتسام مستویلرندن هر بریله اعطا اولنان زاویه‌سنک

تمامه مساوی برزاویه تشکیل ایتک اوزره بر خط مستقیم  
رسم ایتک و بعده نقطه معلومدن اولوجهله تعیین اولنان  
خط مستقیم عموداً بر مستوی امرار ایتک ممکن اوله بیلور .

### بحث ثانی — زوایای مجسمه

۲۱۰ . برزاویه مجسمه نك زاویه وجهه لری ج، ب، و  
حرف لریله ( ه؛ ماده — ۴۲۰ ) و مذکور زاویه وجهه لیه  
مقابل بولنان مستویین زویه لری ج، ب، و قه ایله وزاویه  
مجسمه مذکوره نك متممی اولان زاویه مجسمه نك زاویه  
وجهه لری ج، ب، و قه ایله و بونلک قارشو سنده بولنان  
مستویین زاویه لری دخی ج، ب، و قه ایله اراائه اولندقدہ  
هندسه عادیده ( ماده ۴۱۶ ) ده بیان اولندیقی اوزره  
$$ج + ج = ۲ \text{ قائمه } ، الخ .$$

اولاً برزاویه مجسمه نك هر برزاویه وجهه لسی دیگر  
ایکیسی مجموعندن اصغر در ( ه؛ ماده — ۴۱۷ )  
ثانیاً زاویه وجهه لر مجموعی درت زاویه قائمه دن  
کوچکدر ( ه؛ ماده — ۴۱۹ ) .  
ثالثاً اوج مستویین زاویه لسی مجموعی ایکی قائمه ایله الی  
قائمه ییننده محصوردر .

رابعاً الك کوچک مستویین زاویه سیله دیگر ایکی مستویین  
زاویه لسی مجموعی ییننده کی فضل ایکی قائمه دن اصغر در .  
( ه؛ ماده — ۴۲۷ ) .

برزاویه مجسمه ده تصور اولندحق باشلوجه آلتی حال  
واردرکه بونلز اوج حاله قلب و ارجاع اولند بیلورلر .  
شویله که :

اولاً برزاویه مجسمه نك ح, ب, و مثلواوچ زاویه  
وجهیه سی معلوم اوله رق ویریلور .

ثانیاً برزاویه مجسمه نك ب, و زاویه وجهیه لریله  
پنلرنده کی ح مستویین زاویه سی معلوم بولنور .

ثالثاً ب, و مثلواویکی مستویین زاویه وجهیه سیله بولنردن  
برینك قارشوسنده و مستویین زاویه سی اعطا اولنور .

رابعاً برزاویه مجسمه نك ح زاویه وجهیه سیله بوکا  
مجازور اولان ك, و مستویین زاویه لری معلوم اوله رق  
ویریلور .

خامساً ك, و مثلواویکی مستویین زاویه سیله بولنردن  
برینه مقابل بولنان و زاویه وجهیه سی اعطا اولنور .

سادساً برزاویه مجسمه نك ح, ك, و مثلواوچ مستویین  
زاویه سی معلوم بولنور .

فقط زاویه مجسمه مذکوره نك متممی اولان زاویه  
مجسمه نظر ملاحظه آلنور ایسه التجی حال برنجی حاله  
و بشنجی حال اوچنجی حاله و در دنجی حال دخی ایکنجی  
حاله قلب وارجاع اولنه بیلور .

فی الحقیقه مثلاً در دنجی حاله ح = ۱۸۰ - ح =

۱۸۰ - ك, و = ۱۸۰ - و وضع اولور ایسه بادی

امرده ك, و زاویه وجهیه لریله بولنرك پیننده کائن ح

مستویین زاویه سی معلوم اولان برزاویه مجسمه نك رسم

وانشاسی لازم کلوب بعده ح زاویه وجهیه مجهوله سی تعیین

وبوندن دخی ح = ۱۸۰ - ح اخذ اولنمغه در دنجی حاله

مجهول بولنان مستویین زاویه سی تحصیل اولنه جفی کی

زاویه مجسمه متممك ت. و مستویین زاویه لری واسطه سیل  
دخی طوغربدن طوغری به معلوم اوله رق و یرلبان ب. و  
زاویه وجهه لری تعیین اولنور .

### برنجی حال

۲۱۱ . اوج زاویه وجهه سی معلوم بر زاویه مجسمه بی  
بالتزیم مذکور زاویه وجهه لردن هر برینه مقابله بولنان  
مستویین زاویه لری تعیین اتمك .

۲ . و زاویه لری بر زاویه مجسمه ك ترسیمی ممکن  
ومیسر اوله بیلک ایچون وجودی ازم اولان و بر وجه  
بالا تکرار ایدیلان شرائطی حائز اوج زاویه وجهه لردن  
عبارت اولسونلر و بر مستوی داخلنده اوله رق یکدیگرینه  
متصلاً موضوع بولسونلر . ( شکل ۱۸۷ ) ضلع خارجیلر  
اوزرنده بر برینه مساوی اولیق اوزره س. س. س. س.  
طوللرینك اخذ اولنسیله استحصال قلنان س. س. نقطه لری  
بعد مجردده واقع اولوب زاویه مجسمه ك اوچنجی ضلع  
مجسمه یعنی ۲ . و وجهلرینك فصل مشترکته متعلق اولان  
عینی بر نقطه ك دور و تطبیقلرندن عبارت بولنورلر .

س. س. مستویسی س. و محوری اطرافنده قالدیریلورسه  
س. نقطه سی بر قوس دائرة رسم ایدر که بونك سطحی  
س. و محورینه عمود بولنور و س. نقطه سی س. و محورینه  
نظراً اول وجهله بر قوس دائرة رسم ایدر . بناء علیه  
س. س. نقطه لردن محور مناظرلر اوزرینه تنزیل اولنا .

عمود در واسطه سیله بعد مجر دده کی نقطه نك ص مرتسم  
اقتیسی تعیین اولنور .

ص نقطه سنی فالدی رقی ایچون و مرکز ندن و ص نصف  
قطریه ص ص قوسی و محورینه موازی اولان ص ص  
خطی قطع ایدنجده دکین رسم ایتک کفایت (ماده ۱۶۴)  
ایده جکی ک بی ص نقطه سی دخی و محورینه نظراً اول  
وجهله ص محله کلور و بناء علیه ص ص خطی ص ص  
خطنه مساوی اولوق لازمکلور . چونکه عینی مستوی  
داخلنده بولنان عینی بر نقطه ایکی مختلف محوره نظراً  
فالدرلشد .

و ص و و ص خطری وصل اولنور سه و و مستوین  
زاویه لری استحصال اولور .

چونکه ص ص خطی خط زمین کی تصور اولند قد  
ص و ص مستوی سنک ایکنجی ارتسام مستوی سنه عمود اولدیغی  
منهم اولوب بناء علیه و زاویه سی مستوین زاویه سنک  
(ماده ۱۹۷) مقدار حقیقی سنی ارائه ایدر .

اوچنجی مستوین زاویه سی تعیین ایتک ایچون بوندن  
اقدام (ماده ۲۰۰) ده بیان اولندیغی اجرای عمل  
اوله ییلور ایسه ده عمومیت اوزره مثلك ضلع لری نك  
مقدار حقیقی لری تعیین اولنور . بونك ایچون فصل  
مشترک بر نقطه سنی تعیین ایتک ایجاب ایده جکندن و و و و  
طول لری بر پرینه مساوی اخذ اولنور . وجهلرک  
هرایکینده ضلع مجسم مشترک نقطه مذکور سه



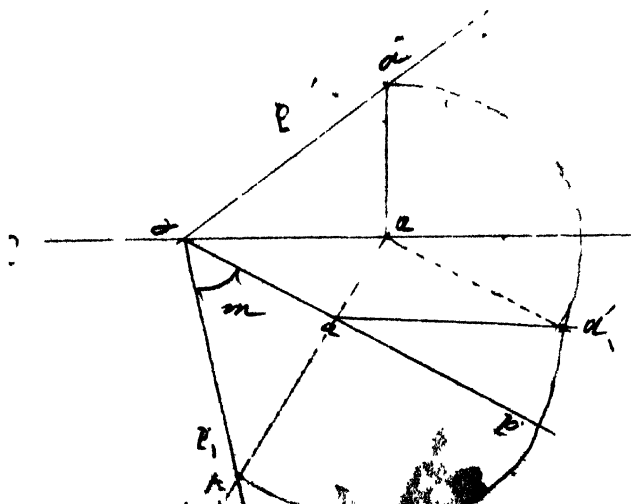
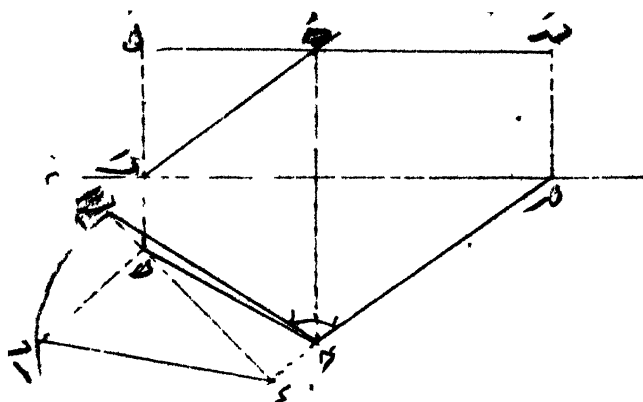
اقامه اولانان عمود در دور و تطبیق در نصکره بنه فصل  
 مشترکه عمود قاعه جقرندن و ل. م عمود لرینک اقامه  
 اولنسی و بوسورنده م ل خط مستقیمک ضلع مجسمک  
 س س مرتسمه عمود واقع اولسی (ماده ۱۹۹)  
 لازم کاور ول مرکزندن ل و نصف قطریله رسم اولانان  
 قوس دائره م مرکزندن م نصف قطریله رسم اولانان  
 قوس دائره ابله قطع اولندقد م س ل زاویه سی اوچخی  
 مستوین زاویه سی مساحه ایدن زاویه دن عبارت اولور.  
 تحقیق م نقطه سی س ص خطی اوزرنده بولنق  
 لازم کاور.

### ایکخی حال

۲۱۲. بر زاویه مجسمه ک ایکی زاویه وجهیه سیله  
 اشبو و جهلر بینه کائن مستوین زاویه سی معلوم ایکن  
 مذکور زاویه مجسمه بی رسم ایکن و مجهولات سائر سی  
 تعیین ایکن مطلوبدر:

فرضا (شکل ۱۸۸) ب و و جهلری معلوم اولان  
 زاویه وجهیه لردن عبارت بولسونلر و مستوین زاویه سی  
 دخی س و ضلعنه عمود اولان س و خطی اطرافنده در  
 و تطبیق اولنسیله معلوم اولسون.

نقطه سی مرکز و و س دخی نصف قطر اعتبار  
 اولندرق رسم اولان قوس دائره واسطه سیله مستوین  
 زاویه سنک ضلعی س نقطه سنه قطع اولندقد م س  
 خط زمینه نسبت م نقطه سنک م مرتسمی م نقطه سنه  
 دوشر و مرتسم مذکور اوچخی ضلع مجسمک م س مرتسم



کتاب فروع جبریه شاهانه  
مطبعه مشرقیه طبع شد  
۱۳۰۶ هـ







